

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

к учебнику «Алгебра. Учебник для 8 кл.
общеобразовательных учреждений» Ю.Н. Макарычев
и др. — М.: «Просвещение», 2001 г.

*учебно-практическое
пособие*



BOOKHERE.RU

ГЛАВА I. Рациональные дроби
Рациональные дроби и их свойства.

1. Рациональные выражения

№1.

Целыми выражениями являются: $\frac{1}{3}a^2b$; $(x-y)^2 - 4xy$; $\frac{a^2 - 2ab}{12}$.

Дробными выражениями являются: $\frac{m+3}{m-3}$; $\frac{8}{x^2+y^2}$; $(c+3)^2 + \frac{2}{c}$.

№2.

Целыми выражениями являются: $7x^2 - 2xy$; $\frac{a}{9}$; $\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{3}n^2$.

Дробными выражениями являются: $\frac{12}{b}$; $a(a-b) - \frac{b}{3a}$; $\frac{a}{a+3} - 8$.

№3.

$$\text{При } y = 3: \frac{y-1}{y} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3};$$

$$\text{При } y = 1: \frac{y-1}{y} = \frac{1-1}{1} = 0;$$

$$\text{При } y = -5: \frac{y-1}{y} = \frac{-5-1}{-5} = 1\frac{1}{5};$$

$$\text{При } y = \frac{1}{2}: \frac{y-1}{y} = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = -1;$$

$$\text{При } y = -1,6: \frac{y-1}{y} = \frac{-1,6-1}{-1,6} = 1,625;$$

$$\text{При } y = 100: \frac{y-1}{y} = \frac{100-1}{100} = 0,99;$$

№4.

$$\text{При } a = -2: \frac{a-8}{20+5} = \frac{-2-8}{2(-2)+5} = \frac{-10}{-4+5} = -10;$$

$$\text{При } b = 3: \frac{b^2+6}{2b} = \frac{3^2+6}{2 \cdot 3} = \frac{9+6}{6} = 2\frac{1}{2};$$

$$\text{При } x = \frac{1}{2} : x + \frac{8}{x-1} = \frac{1}{2} + \frac{8}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} - \frac{8 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{1}{2} - 16 = -15\frac{1}{2};$$

$$\text{При } y = 1,5 : \frac{y+3}{y} + \frac{y}{y-3} = \frac{1,5+3}{1,5} + \frac{1,5}{1,5-3} = \frac{4,5}{3} + \frac{1,5}{-1,5} = 3 + 1 = 4;$$

№5.

Воспользуемся формулой сокращенного умножения (разность квадратов):

$$\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{(a+b-1)(a+b+1)}{a^2 + 1};$$

$$\frac{(-3-1-1)(-3-1+1)}{(-3)^2 + 1} = \frac{(-5)(-3)}{9+1} = \frac{15}{10} = 1,5;$$

Воспользуемся формулой сокращенного умножения с разностью квадратов:

$$\frac{(1,5+0,5-1)(1,5+0,5+1)}{1,5^2 + 1} = \frac{1 \cdot 3}{2,25 + 1} = \frac{3}{3,25} = \frac{300}{325} \approx 0,92.$$

№6.

$$1) \text{ при } x = -13 : \frac{x+5}{x-3} = \frac{-13+5}{-13-3} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2};$$

$$2) \text{ при } x = -5 : \frac{x+5}{x-3} = \frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0;$$

$$3) \text{ при } x = -0,2 : \frac{x+5}{x-3} = \frac{-0,2+5}{-0,2-3} = \frac{4,8}{-3,2} = -1,5;$$

$$4) \text{ при } x = 0 : \frac{x+5}{x-3} = \frac{0+5}{0-3} = -1\frac{2}{3};$$

5) при

$$x = \frac{1}{17} : \frac{x+5}{x-3} = \frac{\frac{1}{17}+5}{\frac{1}{17}-3} = -\frac{86}{17} \div \frac{50}{17} = -\frac{86 \cdot 17}{50 \cdot 17} = -\frac{86}{50} = -1\frac{36}{50} = -1\frac{18}{25};$$

$$6) \text{ при } x = 1 : \frac{x+5}{x-3} = \frac{1+5}{1-3} = -3;$$

$$7) \text{ при } x = 5\frac{2}{3} : \frac{x+5}{x-3} = \frac{5\frac{2}{3}+5}{5\frac{2}{3}-3} = \frac{32}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = 4;$$

8) при $x = 7$: $\frac{x+5}{x-3} = \frac{7+5}{7-3} = 3$;

№7.

а) $\frac{1}{1,01} = \frac{1}{1+0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,01 = 0,99$;

б) $\frac{1}{1,002} = \frac{1}{1+0,002} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,002 = 0,998$;

в) $\frac{1}{0,99} = \frac{1}{1-0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,01) = 1,01$;

г) $\frac{1}{0,997} = \frac{1}{1-0,003} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,003) = 1,003$.

№8.

Запишем формулу для средней скорости: $v = \frac{s}{t}$; получаем:

а) $t = 3$; $s = 180$; тогда $v = \frac{180}{3} = 60$ (км/ч);

б) $t = 2,5$; $s = 225$; тогда $v = \frac{225}{2,5} = 90$ (км/ч);

№9.

Исходя из условия задачи можно составить уравнения:

$$v_1 t + v_2 t = s; \quad t(v_1 + v_2) = s; \quad t = \frac{s}{(v_1 + v_2)};$$

а) $s = 250$, $v_1 = 60$, $v_2 = 40$;

$$t = \frac{250}{60+40} = \frac{250}{100} = 2,5 \text{ (ч)};$$

б) $s = 310$, $v_1 = 75$, $v_2 = 80$;

$$t = \frac{310}{75+80} = \frac{310}{155} = 2 \text{ (ч)}.$$

Ответ: а) $t=2,5$ часа; б) $t=2$ часа.

№10.

Соответствующими дробными выражениями будут:

а) $\frac{xy}{x+y}$;

б) $\frac{a-b}{ab}$.

№11.

Рациональное выражение имеет смысл, если его знаменатель отличен от нуля.

а) При $x - 2 \neq 0$, т.е. $x \neq 2$;

б) при b - любое число, т.к. $b^2 + 7 > 0$ всегда;

в) при $y \neq 0$; $y \neq 3$;

г) при $a \neq 0$; $a \neq 1$;

№12.

а) x - любое число;

б) $6x - 3 \neq 0$; $6x \neq 3$; $x \neq \frac{3}{6}$; $x \neq \frac{1}{2}$;

в) x - любое число;

г) $x \neq 0$; $x \neq -1$;

д) x - любое число; $x^2 + 25$ всегда больше;

е) $x \neq -8$; $x \neq 0$.

№13.

а) $\frac{5y-8}{11}$; y - любое число

б) $\frac{25}{y-9}$; $y-9 \neq 0$, т.е. $y \neq 9$;

в) $\frac{y^2+1}{y^2-2y} = \frac{y^2+1}{y(y-2)}$; $y(y-2) \neq 0$, т.е. $y \neq 0$; $y \neq 2$;

г) $\frac{y-10}{y^2+3}$, y - любое число, поскольку y^2+3 всегда больше нуля;

д) $\frac{y}{y-6} + \frac{15}{y+6}$; $y-6 \neq 0$, $y+6 \neq 0$, т.е. $y \neq -6$; $y \neq 6$;

е) $\frac{32}{y} - \frac{y+1}{y+7}$; $y \neq 0$, $y+7 \neq 0$; т.е. $y \neq 0$, $y \neq -7$

№14.

а) $y = \frac{1}{x-2}$; область определения: $x \neq 2$;

б) $y = \frac{2x+3}{x(x+1)}$; область определения: $x \neq 0$; $x \neq -1$;

в) $y = x + \frac{1}{x+5}$; область определения: $x \neq -5$.

№15.

$$\text{a) } \frac{x-3}{5} = 1; \quad 5\left(\frac{x-3}{5} - 1\right) = 0 \cdot 5;$$

$$\frac{5(x-3)}{5} - 5 = 0; \quad x - 3 - 5 = 0; \quad x = 8;$$

Ответ: $x = 8$;

$$\text{б) } \frac{x-3}{5} = 0; \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 0 \cdot 5;$$

$$x - 3 = 0; \quad x = 3;$$

Ответ: $x = 3$;

$$\text{в) } \frac{x-3}{5} = -1; \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = (-1) \cdot 5;$$

$$x - 3 = -5; \quad x = -2;$$

Ответ: $x = -2$;

$$\text{г) } \frac{x-3}{5} = 3; \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 3 \cdot 5;$$

$$x - 3 = 15; \quad x = 18;$$

Ответ: $x = 18$;

№16.

$$\text{a) } \frac{y-5}{8} = 0; \quad y - 5 = 0; \quad y = 5; \quad \text{Ответ: } y = 5;$$

$$\text{б) } \frac{2y+3}{10} = 0; \quad 2y + 3 = 0; \quad y = -1\frac{1}{2}; \quad \text{Ответ: } y = -1\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \frac{x(x-1)}{x+4} = 0; \quad x(x-1) = 0; \quad 1)x = 0; 2)x - 1 = 0; \quad x = 1;$$

при $x = 0$ и $x = 1$, $x + 4 \neq 0$, получаем:

Ответ: $x = 0$; $x = 1$.

$$\text{г) } \frac{x(x+3)}{x-5} = 0; \quad x(x+3) = 0; \quad 1)x = 0; 2)x + 3 = 0; \quad x = -3;$$

при $x = 0$ и $x = -3$, $x - 5 \neq 0$, получаем:

Ответ: $x = 0$; $x = -2$

№17.

$$\text{a) } \frac{a}{b} > 0;$$

$$\text{б) } \frac{a}{b} < 0;$$

в) $\frac{a}{b} < 0$;

г) $\frac{a}{b} > 0$;

№18.

а) $\frac{3}{x^2 + 1} > 0$, поскольку $3 > 0$ и $x^2 + 1 > 0$ при всех x ;

б) $\frac{-5}{y^2 + 4} < 0$, поскольку $-5 < 0$ и $y^2 + 4 > 0$ при всех y ;

в) $\frac{(a-1)^2}{a^2 + 10} \geq 0$, поскольку $(a-1)^2 \geq 0$ и $a^2 + 10 > 0$ при всех a ;

г) $\frac{(b-3)^2}{-b^2 - 1} \leq 0$, поскольку $(b-3)^2 \geq 0$ и $-(b^2 + 1) < 0$ при всех b

№19.

а) При

$$x = 2,47: \frac{2x-3}{3x+2} = \frac{2 \cdot 2,47-3}{3 \cdot 2,47+2} = \frac{4,94-3}{7,41+2} = \frac{1,94}{9,41} \approx 0,20616365... \approx 0,21;$$

б) При

$$x = 3,18: \frac{7x+9}{8x-1} = \frac{7 \cdot 3,18+9}{8 \cdot 3,18-1} = \frac{22,26+9}{25,44-1} = \frac{31,26}{24,44} \approx 0,2790507... \approx 0,28$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№20.

а) $(x-10)(x+10) =$

$$= x^2 - 10x + 10x - 100 =$$

$$= (x^2 - 100);$$

б) $(2a+3)(2a-3) =$

$$= 4a^2 - 6a + 6a - 9 =$$

$$4a^2 - 9;$$

в) $(y-5b)(y+5b) =$

$$= y^2 + 5by - 5by - 25b^2 =$$

$$(y^2 - 25b^2);$$

г) $(y+8x)(y-8x) =$

$$= y^2 + 8xy - 8xy - 64x^2 =$$

$$= y^2 - 64x^2;$$

$$\text{д) } (x+7)^2 = x^2 + 14x + 49;$$

$$\text{е) } (b+5)^2 = b^2 + 10b + 25;$$

$$\text{ж) } (a-2x)^2 = a^2 - 4ax + 4x^2;$$

$$\text{з) } (ab-1)^2 = a^2b^2 - 2ab + 1.$$

№21.

$$\text{а) } 15ax + 20ay = 5a(3x + 4y);$$

$$\text{б) } 36by - 9cy = 9y(4b - c);$$

$$\text{в) } x^2 - xy = x(x - y);$$

$$\text{г) } xy - y^2 = y(x - y);$$

$$\text{д) } a^2 + 5ab = a(a + 5b);$$

$$\text{е) } 15c - 10c^2 = 5c(3 - 2c)$$

№22.

$$\text{а) } x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5);$$

$$\text{б) } 16 - c^2 = (4 - c)(4 + c);$$

$$\text{в) } a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2;$$

$$\text{г) } +^2 + 8 + +16 = (+ + 4)^2;$$

$$\text{д) } a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4);$$

$$\text{е) } b^3 + 27 = (b + 3)(b^2 - 3b + 9).$$

№23.

$$\text{а) Общий множитель: } x; \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3};$$

$$\text{б) Общий множитель: } 5; \frac{15x}{25y} = \frac{3x}{5y};$$

$$\text{в) Общий множитель: } 6a; \frac{6a}{24a} = \frac{1}{4};$$

$$\text{г) Общий множитель: } 7b; \frac{7ab}{21bc} = \frac{a}{3c};$$

д) Общий множитель: xy ; $\frac{-2xy}{5x^2y} = -\frac{2}{5x}$;

е) Общий множитель: $8xy$; $\frac{8x^2y^2}{24xy} = \frac{xy}{3}$

№24.

а) $\frac{10xz}{15yz} = \frac{2x}{3y}$;

б) $\frac{6ab^2}{9bc^2} = \frac{2ab}{3c^2}$;

в) $\frac{2ay^3}{-4a^3b} = \frac{y^3}{-2ab} = -\frac{y^3}{2ab}$;

г) $\frac{-6p^2q}{-2q^3} = \frac{3p^2}{q^2}$;

д) $\frac{-ax^2}{xy} = -\frac{ax}{y}$;

е) $\frac{3axy}{6ay^3} = \frac{x}{2y^2}$;

ж) $\frac{24a^2c^2}{36ac} = \frac{2ac}{3}$;

з) $\frac{63x^3y^3}{42x^6y^4} = \frac{3}{2x^3y}$.

№25.

а) $\frac{4a^2b^3}{2a^4b^2} = \frac{2b}{a^2}$;

б) $\frac{3xy^2}{6x^3y^3} = \frac{1}{2x^2y}$;

в) $\frac{24p^4q^4}{48p^2q^2} = \frac{p^2q^2}{2}$;

г) $\frac{36m^2n}{18mn} = 2m$;

д) $\frac{-32b^5c}{12b^4c^2} = \frac{-8b}{3c} = -\frac{8b}{3c}$;

$$\text{e)} \frac{-6ax}{-18ax} = \frac{1}{3}.$$

№26.

$$\text{a)} \frac{8b}{24c} = \frac{b}{3c};$$

$$\text{б)} \frac{5ay}{15by} = \frac{a}{3b};$$

$$\text{в)} \frac{4a^2}{6ac} = \frac{2a}{3c};$$

$$\text{г)} \frac{7x^2y}{21xy^2} = \frac{x}{3y};$$

$$\text{д)} \frac{a^5b^3}{a^3b^5} = \frac{a^2}{b^2};$$

$$\text{е)} \frac{x^6y^4}{x^4y^6} = \frac{x^2}{y^2};$$

$$\text{ж)} \frac{56m^2n^5}{35mn^5} = \frac{8m}{5} = 1\frac{3}{5}m;$$

$$\text{з)} \frac{25p^4q}{100p^5q} = \frac{1}{4p}.$$

№27.

$$\text{a)} \frac{8^{16}}{16^{12}} = \frac{(2^3)^{16}}{(2^4)^{12}} = \frac{2^{48}}{2^{48}} = 1;$$

$$\text{б)} \frac{81^{25}}{27^{33}} = \frac{(3^4)^{25}}{(3^3)^{33}} = \frac{3^{100}}{3^{99}} = 3^1 = 3.$$

№28.

$$\text{a)} \frac{a(b-2)}{5(b-2)} = \frac{a}{5};$$

$$\text{б)} \frac{3(x+4)}{c(x+4)} = \frac{3}{c};$$

$$\text{в)} \frac{ab(y+3)}{a^2b(y+3)} = \frac{1}{a};$$

$$\text{г)} \frac{15a(a-b)}{20b(a-b)} = \frac{3a}{4b}.$$

№29.

$$\text{а)} \frac{3a+12b}{6ab} = \frac{3(a+4b)}{6ab} = \frac{a+4b}{2ab};$$

$$\text{б)} \frac{15b-20c}{10b} = \frac{5(3b-4c)}{10b} = \frac{3b-4c}{2b};$$

$$\text{в)} \frac{2a-4}{3(a-2)} = \frac{2(a-2)}{(a-2)} = \frac{2}{3};$$

$$\text{г)} \frac{5x(y+2)}{6y+12} = \frac{5x(y+2)}{6(y+2)} = \frac{5x}{6};$$

$$\text{д)} \frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a};$$

$$\text{е)} \frac{3x+15xy}{x+5y} = \frac{3x(x+5y)}{x+5y} = 3x.$$

№30.

$$\text{а)} \frac{y^2-16}{3y+12} = \frac{(y-4)(y+4)}{3(y+4)} = \frac{y-4}{3};$$

$$\text{б)} \frac{5x-15y}{x^2-9y^2} = \frac{5(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{5}{x+3y};$$

$$\text{в)} \frac{(c+2)^2}{7c^2+14c} = \frac{(c+2)^2}{7c(c+2)} = \frac{c+2}{7c};$$

$$\text{г)} \frac{6cd-18c}{(d-3)^2} = \frac{6c(d-3)}{(d-3)^2} = \frac{6c}{d-3};$$

$$\text{д)} \frac{a^2+10a+25}{a^2-25} = \frac{(a+5)^2}{(a-5)(a+5)} = \frac{a+5}{a-5};$$

$$\text{е)} \frac{y^2-9}{y^2-6y+9} = \frac{(y-3)(y+3)}{(y-3)^2} = \frac{y+3}{y-3}.$$

№31.

$$\text{а)} \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3} = \frac{a^2-ab+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} = \frac{1}{a+b};$$

$$\text{б)} \frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

№32.

$$\begin{aligned} \text{а)} \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} &= \frac{5a(3a - 2b)}{b(3a - 2b)} = \\ &= \frac{5a}{b} = \frac{5(-2)}{-0,1} = \frac{-10}{-0,1} = 100; \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 100;

$$\begin{aligned} \text{б)} \frac{9c^2 - 4d^2}{18c^2d - 12cd^2} &= \frac{(3c - 2d)(3c + 2d)}{6cd(3c - 2d)} = \\ \frac{3c + 2d}{6cd} &= \frac{1}{2d} + \frac{1}{3c} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}; \end{aligned}$$

ОТВЕТ: $1\frac{1}{2}$;

$$\begin{aligned} \text{в)} \frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2} &= \frac{6x(x + 2y)}{5y(x + 2y)} = \\ &= \frac{6x}{5y} = \frac{6 \cdot \frac{2}{3}}{5(-0,4)} = \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: -2;

$$\begin{aligned} \text{г)} \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{4x^2 + 12xy} &= \frac{(x + 3y)^2}{4x(x + 3y)} = \frac{x + 3y}{4x} = \\ &= \frac{-0,2 + 3(-0,6)}{4(-0,2)} = \frac{-0,2 - 1,8}{-0,8} = \frac{-2}{-0,8} = \frac{2}{0,8} = 2,5 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 2,5.

№33.

$$\text{а)} \frac{x(y - 7)}{y(y - 7)} = \frac{x}{y};$$

$$\text{б)} \frac{10a - 15b}{16a - 24b} = \frac{5(2a - 3b)}{8(2a - 3b)} = \frac{5}{8};$$

$$\text{в)} \frac{2m + 14}{m^2 - 49} = \frac{2(m + 7)}{(m - 7)(m + 7)} = \frac{2}{m - 7};$$

$$\text{г)} \frac{p^2 - 25q^2}{2p - 10q} = \frac{(p - 5q)(p + 5q)}{2(p - 5q)} = \frac{p + 5q}{2};$$

$$\text{д)} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{(x - 2)^2}{x(x - 2)} = \frac{x - 2}{x};$$

$$\text{е)} \frac{3y^2 + 24y}{y^2 16y + 64} = \frac{3y(y + 8)}{(y + 8)^2} = \frac{3y}{y + 8};$$

$$\text{ж)} \frac{a^2 + a + 1}{a^3 - 1} = \frac{a^2 + a + 1}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} = \frac{1}{a - 1};$$

$$\text{з)} \frac{b + 2}{b^3 + 8} = \frac{b + 2}{(b + 2)(b^2 - 2b + 4)} = \frac{1}{b^2 - 2b + 4}.$$

№34.

$$\begin{aligned} \text{а)} (9x^2 - y^2) : (3x + y) &= \\ &= \frac{(9x^2 - y^2)}{(3x + y)} = \frac{(3x - y)(3x + y)}{(3x + y)} = 3x - y; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} (2ab - a) : (4b^2 - 4b + 1) &= \\ &= \frac{2ab - a}{4b^2 - 4b + 1} = \frac{a(2b - 1)}{(2b - 1)^2} = \frac{a}{2b - 1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} (x^2 + 2x + 4) : (x^3 - 8) &= \\ &= \frac{x^2 + 2x + 4}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{x - 2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} (1 + a^3) : (1 + a) &= \\ &= \frac{1 + a^3}{1 + a} = \frac{(1 + a)(1 - a + a^2)}{(1 + a)} = 1 - a + a^2. \end{aligned}$$

№35.

$$\begin{aligned} \text{а)} \frac{2x + bx - 2y - by}{7x - 7y} &= \frac{2(x - y) + b(x - y)}{7(x - y)} = \\ &= \frac{(x - y)(2 + b)}{7(x - y)} = \frac{2 + b}{7}; \end{aligned}$$

$$\text{б)} \frac{8a + 4b}{2ab + b^2 - 2ad - bd} = \frac{4(2a + b)}{(2ab + b^2) - (2ad + bd)} =$$

$$= \frac{4(2a + b)}{b(2a + b) - d(2a + b)} = \frac{4(2a + b)}{(2a + b)(b - d)} = \frac{4}{b - d};$$

$$\text{в)} \frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(xy - y^2) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} =$$

$$= \frac{y(x - y) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{(x - y)(y - 1)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y - 1}{x + y};$$

$$\text{г)} \frac{a^2 + 2ac + c^2}{a^2 + ac - ax - cx} = \frac{(a + c)^2}{(a^2 + ac) - (ax + cx)} =$$

$$= \frac{(a + c)^2}{a(a + c) - x(a + c)} = \frac{(a + c)^2}{(a + c)(a - x)} = \frac{a + c}{a - x}.$$

№36.

$$\text{а) Ответ: } \frac{-x}{-y}; \quad -\frac{-x}{y};$$

$$\text{б) Ответ: } \frac{-x}{y}; \quad \frac{x}{-y}.$$

№37.

$$\text{а) } \frac{a - b}{b - a} = -\frac{b - a}{b - a} = -1;$$

$$\text{б) } \frac{(a - b)^2}{(b - a)^2} = \frac{(a - b)^2}{(a - b)^2} = 1;$$

$$\text{в) } \frac{(a - b)^2}{b - a} = \frac{(b - a)^2}{b - a} = b - a;$$

$$\text{г) } \frac{a - b}{(b - a)^2} = \frac{a - b}{(a - b)^2} = \frac{1}{a - b};$$

$$\text{д) } \frac{(-a - b)^2}{a + b} = \frac{((-1)(a + b))^2}{a + b} = \frac{(-1)^2(a + b)^2}{a + b} = a + b;$$

$$\text{е) } \frac{(a + b)^2}{(-a - b)^2} = \frac{(a + b)^2}{((-1)(a + b))^2} = \frac{(a + b)^2}{(a + b)^2} = 1.$$

№38.

$$a) \frac{a(x-2y)}{b(2y-x)} = \frac{a(x-2y)}{-b(x-2y)} = -\frac{a}{b};$$

$$б) \frac{5x(x-y)}{x^3(y-x)} = \frac{5x(x-y)}{-x^3(x-y)} = \frac{5}{-x^2} = -\frac{5}{x^2};$$

$$в) \frac{3a-36}{12b-ab} = \frac{3(a-12)}{b(12-a)} = \frac{3(a-12)}{-b(a-12)} = -\frac{3}{b};$$

$$г) \frac{7b-14b^2}{42b^2-21b} = \frac{7b(1-2b)}{21b(2b-1)} = \\ = \frac{7b(1-2b)}{-21b(1-2b)} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3};$$

$$д) \frac{25-a^2}{3a-15} = \frac{(5-a)(5+a)}{3(a-5)} = \\ = \frac{-(a-5)(a+5)}{3(a-5)} = -\frac{5+a}{3};$$

$$е) \frac{3-3x}{x^2-2x+1} = \frac{3(1-x)}{(x-1)^2} = \\ \frac{-3(x-1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)};$$

$$ж) \frac{8b^2-8a^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{8(b^2-a^2)}{(a-b)^2} = \frac{8(b-a)(b+a)}{(a-b)^2} = \\ = \frac{-8(a-b)(b+a)}{(a-b)^2} = -\frac{8(b+a)}{a-b} = \frac{8(b+a)}{b-a};$$

$$з) \frac{(b-2)^3}{(2-b)^2} = \frac{(b-2)^3}{(b-2)^2} = b-2.$$

№39.

$$a) \frac{ax+bx-ay-by}{bx-by} = \frac{(ax-ay)+(bx-by)}{b(x-y)} = \\ = \frac{a(x-y)+b(x-y)}{b(x-y)} = \frac{(x-y)(a+b)}{b(x-y)} = \frac{a+b}{b};$$

$$\begin{aligned}\text{б)} \quad \frac{ab - 3b - 2a + 6}{15 - 5a} &= \frac{(ab - 3b) - (2a - 6)}{5(3 - a)} = \\ &= \frac{b(a - 3) - 2(a - 3)}{5(3 - a)} = \frac{(a - 3)(b - 2)}{-5(a - 3)} = \frac{b - 2}{-5} = \frac{2 - b}{5};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{в)} \quad \frac{7p - 35}{15 - 3p} &= \frac{7(p - 5)}{3(5 - p)} = \\ &= -\frac{7(5 - p)}{3(5 - p)} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{г)} \quad \frac{18a - 3a^2}{8a^2 - 48a} &= \frac{3a(6 - a)}{8a(a - 6)} = \\ &= \frac{-3a(a - 6)}{8a(a - 6)} = -\frac{3}{8};\end{aligned}$$

$$\text{д)} \quad \frac{4 - x^2}{10 - 5x} = \frac{(2 - x)(2 + x)}{5(2 - x)} = \frac{2 + x}{5};$$

$$\begin{aligned}\text{е)} \quad \frac{a^2 - 6a + 9}{27 - a^3} &= \frac{(a - 3)^2}{(3 - a)(9 + 3a + a^2)} = \\ &= \frac{(3 - a)^2}{(3 - a)(9 + 3a + a^2)} = \frac{3 - a}{9 + 3a + a^2}.\end{aligned}$$

№40.

$$\text{а)} \quad \frac{x^6 + x^4}{x^4 + x^2} = \frac{x^2 x^2 (x^2 + 1)}{x^2 (x^2 + 1)} = x^2;$$

$$\text{б)} \quad \frac{y^6 - y^8}{y^4 - y^2} = \frac{y^4 y^2 (1 - y^2)}{y^2 (y^2 - 1)} = -y^2;$$

$$\text{в)} \quad \frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2} = \frac{b^7 (1 - b^3)}{b^2 (b^3 - 1)} = -b^5;$$

$$\text{г)} \quad \frac{c^6 - c^4}{c^3 + c^2} = \frac{c^4 (c^2 - 1)}{c^2 (c + 1)} =$$

$$= \frac{c^4(c+1)(c-1)}{c^2(c+1)} = c^2(c-1) = c^3 - c^2$$

№41.

$$\text{а) } \frac{a^8 + a^5}{a^5 + a^2} = \frac{a^5(a^3 + 1)}{a^2(a^3 + 1)} = a^3;$$

при $a = -\frac{1}{2}$ получаем:

$$a^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8};$$

Ответ: $-\frac{1}{8}$;

$$\text{б) } \frac{b^{10} - b^8}{b^8 - b^6} = \frac{b^8(b^2 - 1)}{b^6(b^2 - 1)} = b^2$$

при $b = -0,1$ получаем:

$$b^2 = (-0,1)^2 = 0,01;$$

Ответ: 0,01;

№42.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{(2a - 2b)^2}{a - b} &= \frac{(2(a - b))^2}{a - b} = \\ &= \frac{4(a - b)^2}{a - b} = 4(a - b); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{(3c + 9d)^2}{c + 3d} &= \frac{(3(c + 3d))^2}{c + 3d} = \\ &= \frac{9(c + 3d)^2}{c + 3d} = 9(c + 3d); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{(3x + 6y)^2}{5x + 10y} &= \frac{(3(x + 2y))^2}{5(x + 2y)} = \\ &= \frac{9(x + 2y)^2}{5(x + 2y)} = \frac{9(x + 2y)}{5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{4x^2 - y^2}{(10x + 5y)^2} &= \frac{(2x - y)(2x + y)}{(5(2x + y))^2} = \\ \frac{(2x - y)(2x + y)}{25(2x + y)^2} &= \frac{2x - y}{25(2x + y)}. \end{aligned}$$

№43.

$$\text{а) } \frac{5b}{8a^3} = \frac{5b \cdot 3b^2}{8a^3 \cdot 3b^2} = \frac{15b^3}{24a^3b^2};$$

$$\text{б) } \frac{7a}{3b^2} = \frac{7a \cdot 8a^3}{3b^2 \cdot 8a^3} = \frac{56a^4}{24a^3b^2};$$

$$\text{в) } \frac{1}{2ab} = \frac{12a^2b}{2ab \cdot 12a^2b} = \frac{12a^2b}{24a^3b^2};$$

$$\text{г) } \frac{2}{a^2b^2} = \frac{2 \cdot 24a}{a^2b^2 \cdot 24a} = \frac{48a}{24a^3b^2}.$$

№44.

$$\text{а) } 2a + b = \frac{2a + b}{1} = \frac{(2a + b)b}{1};$$

$$\text{б) } 2a + b = \frac{2a + b}{1} = \frac{(2a + b)5}{5};$$

$$\text{в) } 2a + b = \frac{2a + b}{1} = \frac{(2a + b)3a}{3a};$$

$$\text{г) } 2a + b = \frac{2a + b}{1} = \frac{(2a + b)(2a - b)}{2a - b}.$$

№45.

$$\text{а) } \frac{x}{a - b} = \frac{x(a - b)}{(a - b)(a - b)} = \frac{x(a - b)}{(a - b)^2};$$

$$\text{б) } \frac{y}{x - a} = \frac{y(x + a)}{(x - a)(x + a)} = \frac{y(x + a)}{(x^2 - a^2)};$$

$$\text{в) } \frac{2y}{x - 1} = \frac{2y(x^2 + x + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{2y(x^2 + x + 1)}{x^3 - 1};$$

$$\text{г) } \frac{3a}{a^2 + ab + b^2} = \frac{3a(a - b)}{(a^2 + ab + b^2)(a - b)} = \frac{3a(a - b)}{a^3 - b^3};$$

$$\text{д)} \frac{7}{y-b} = -\frac{7}{b-y};$$

$$\text{е)} \frac{a}{a-10} = -\frac{a}{10-a};$$

$$\text{ж)} \frac{p}{p-2} = -\frac{p(2+p)}{(2-p)(2+p)} = -\frac{p(2+p)}{4-p^2};$$

$$\begin{aligned} \text{з)} \frac{a+3}{6-2a} &= -\frac{a+3}{2(a-3)} = \\ &= -\frac{(a+3)(a+3)}{2(a-3)(a+3)} = -\frac{(a+3)^2}{2(a^2-9)}. \end{aligned}$$

№46.

$$\text{а)} \frac{8}{3xy^2} = \frac{8 \cdot 5x}{3xy^2 \cdot 5x} = \frac{40x}{15x^2y^2};$$

$$\text{б)} \frac{b}{7a^2c} = \frac{b \cdot 5ac^2}{7a^2c \cdot 5ac^2} = \frac{5abc^2}{35a^3c^3};$$

$$\text{в)} \frac{a}{a-2} = \frac{a \cdot a}{a(a-2)} = \frac{a^2}{a^2-2a};$$

$$\text{г)} \frac{1}{x+1} = \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^2-x+1}{x^3+1};$$

$$\text{д)} \frac{12}{y-x} = -\frac{12}{x-y};$$

$$\text{е)} \frac{a}{a-4} = -\frac{a(4+a)}{(4-a)(4+a)} = -\frac{4a+a^2}{16-a^2}.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№47.

$$\text{а)} x = \frac{-16}{5} = -3\frac{1}{5};$$

$$\text{б)} x = \frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10};$$

$$\text{в)} x = 4 : \frac{1}{3} = 12;$$

$$\text{г)} \quad x = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{д)} \quad x = 3:0,6 = 3: \frac{6}{10} = 3 \cdot \frac{10}{6} = \frac{10}{2} = 5;$$

$$\text{е)} \quad x = 5: (-0,7) = -5 \cdot \frac{7}{10} = -5 \cdot \frac{10}{7} = -\frac{50}{7} = -7 \frac{1}{7}.$$

№48.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & 6b^2 - (2b + 5)(3b - 7) = \\ & = 6b^2 - (6b^2 + b - 35) = \\ & = 6b^2 - 6b^2 - b + 35 = -b + 35; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & 16x^2 - (4x + 0,5)(4x - 0,5) = \\ & = 16x^2 - 16x^2 + 0,25 = 0,25; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & 2y(y - 1,5x) - 5(x + 4y)(y - x) = \\ & = 2y^2 - 3xy - 5(4y^2 - x^2 - 3xy) = \\ & = 2y^2 - 3xy + 5x^2 + 15xy - 20y^2 = \\ & = 5x^2 - 18y^2 + 12xy; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & 3(a - 2b)(2b + a) - 0,5b(a - 24b) = \\ & = 3(a^2 - 4b^2) - 0,5ab + 12b^2 = \\ & = 3a^2 - 12b^2 - 0,5ab + 12b^2 = \\ & = 3a^2 - 0,5ab. \end{aligned}$$

№49.

$$\text{а)} \quad 5bc - 5c = 5c(b - 1);$$

$$\text{б)} \quad 10n + 15n^2 = 5n(2 + 3n);$$

$$\text{в)} \quad 8ab + 12bc = 4b(2a + 3c);$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & 5y - 5x + y^2 - xy = \\ & = (5y - 5x) + (y^2) - xy = \\ & = 5(y - x) + y(y - x) = \\ & = (y - x)(5 + y); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & pq - 4p + 12 - 3q = \\ & = (pq - 4p) + (12 - 3q) = \end{aligned}$$

$$= p(q-4) + 3(4-q) =$$

$$= p(q-4) - 3(q-4) =$$

$$= (q-4)(p-3);$$

$$\text{е) } a^2 - 9 = (a-3)(a+3);$$

$$\text{ж) } x^2 + 10x + 25 =$$

$$= (x+5)^2 = (x+5)(x+5);$$

$$\text{з) } y^2 - 2y + 1 =$$

$$= (y-1)^2 = (y-1)(y-1);$$

$$\text{и) } a^3 + 64 = (a+4)(a^2 - 4a + 16);$$

$$\text{к) } b^3 - 1 = (b-1)(b^2 + b + 1).$$

№50.

$$1) -\frac{5 \cdot 7}{16} < 0;$$

$$2) \frac{5}{16} : 6 = \frac{5}{16} : \frac{6}{1} = \frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 16} = \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{6} > 0;$$

$$3) \frac{5}{16} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 1}{16 \cdot 10} = \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{10} > 0;$$

$$\text{Ответ: } -\frac{5 \cdot 7}{16}, \quad \frac{5 \cdot 1}{10 \cdot 16}, \quad \frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 16}.$$

2. Сумма и разность дробей

3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

№51.

$$\text{а) } \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{x+y}{3};$$

$$\text{б) } \frac{a}{5} - \frac{b}{5} = \frac{a-b}{5};$$

$$\text{в) } \frac{a}{y} + \frac{2a}{y} = \frac{3a}{y};$$

$$\text{г) } \frac{5b^2}{a} - \frac{13b^2}{a} = \frac{5b^2 - 13b^2}{a} = -\frac{8b^2}{a};$$

$$д) \frac{x+y}{9} - \frac{x}{9} = \frac{x+y-x}{9} = \frac{y}{9};$$

$$е) \frac{2c-x}{b} - \frac{x}{b} = \frac{2c-x-x}{b} = \frac{2c-2x}{b} = \frac{2(c-x)}{b}.$$

№52.

$$а) \frac{m}{p} - \frac{m-p}{p} = \frac{m}{p} + \frac{(-m)+p}{p} = \frac{m-m+p}{p} = \frac{p}{p} = 1;$$

$$б) \frac{a+b}{6} - \frac{a-2b}{6} = \frac{a+b-a+2b}{6} = \frac{3b}{6} = \frac{b}{2};$$

$$в) \frac{x+5}{9} - \frac{x+2}{9} = \frac{x+5-x-2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$г) \frac{11x-5}{14x} + \frac{3x-2}{14x} = \frac{11x-5+3x-2}{14x} = \frac{14x-7}{14x} = \frac{2x-1}{2x};$$

$$д) \frac{7y-13}{10y} - \frac{2y+3}{10y} = \frac{7y-13-2y-3}{10y} = \frac{5y-16}{10y};$$

$$е) \frac{8c+25}{6c} + \frac{5-2c}{6c} = \frac{8c+25+5-2c}{6c} = \frac{6c+30}{6c} = \frac{c+5}{c}.$$

№53.

$$а) \frac{2x-3y}{4xy} + \frac{11y-2x}{4xy} = \frac{2x-3y+11y-2x}{4xy} = \frac{8y}{4xy} = \frac{2}{x};$$

$$б) \frac{5a+b^5}{8b} - \frac{5a-7b^5}{8b} = \frac{5a+b^5-5a+7b^5}{8b} = \frac{8b^5}{8b} = b^4;$$

$$\begin{aligned}\text{в)} \quad & \frac{3x - y^4}{4y^5} - \frac{y^4 + 3x}{4y^5} = \\ & = \frac{3x - y^4 - y^4 - 3x}{4y^5} = -\frac{2y^4}{4y^5} = -\frac{1}{2y};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{г)} \quad & \frac{a-2}{8a} + \frac{2a+5}{8a} - \frac{3-a}{8a} = \\ & = \frac{a-2+2a+5-3+a}{8a} = \frac{4a}{8a} = \frac{1}{2};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{д)} \quad & \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} = \\ & = \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \\ & = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{4-3y}{2y};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{е)} \quad & \frac{11a-2b}{4a} + \frac{2a-3b}{4a} - \frac{a-b}{4a} = \\ & = \frac{11a-2b+2a-3b-a+b}{4a} = \\ & \frac{12a-4b}{4a} = \frac{4(3a-b)}{4a} = \frac{3a-b}{a}.\end{aligned}$$

№54.

$$\begin{aligned}\text{а)} \quad & \frac{17-12x}{x} + \frac{10-x}{x} = \\ & = \frac{17-12x+10-x}{x} = \frac{27-13x}{x};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{б)} \quad & \frac{12p-1}{3p^2} - \frac{1-3p}{3p^2} = \\ & = \frac{12p-1-1+3p}{3p^2} = \frac{15p-2}{3p^2};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{в)} \quad & \frac{6y-3}{5y} - \frac{y+2}{5y} = \frac{6y-3-y-2}{5y} = \\ & = \frac{5y-5}{5y} = \frac{5(y-1)}{5y} = \frac{y-1}{y};\end{aligned}$$

$$\text{г)} \quad \frac{b}{6} - \frac{3a-2b}{6} = \frac{b-3a+2b}{6} =$$

$$\frac{3b-3a}{6} = \frac{3(b-a)}{6} = \frac{b-a}{2};$$

$$\text{д)} \frac{3p-q}{5p} - \frac{2p+6q}{5p} + \frac{p-4q}{5p} =$$

$$\frac{3p-q-2p-6q+p-4q}{5p} = \frac{2p-11q}{5p};$$

$$\text{е)} \frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c} =$$

$$= \frac{5c-2d-3d+d-5c}{4c} = -\frac{4d}{4c} = -\frac{d}{c};$$

$$\text{ж)} \frac{2a}{b} - \frac{1-6a}{b} + \frac{13-8a}{b} =$$

$$= \frac{2a-1+6a+13-8a}{b} = \frac{12}{b};$$

$$\text{з)} \frac{4b-2}{3b} - \frac{2b-1}{3b} + \frac{1}{3b} =$$

$$= \frac{4b-2-2b+1+1}{3b} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}.$$

№55.

$$\text{а)} \frac{16}{x-4} - \frac{x^2}{x-4} = \frac{16-x^2}{x-4} =$$

$$= \frac{-(4-x)(4+x)}{4-x} = -(4+x);$$

$$\text{б)} \frac{25}{a+5} - \frac{a^2}{a+5} = \frac{25-a^2}{a+5} =$$

$$\frac{(5-a)(5+a)}{a+5} = 5-a;$$

$$\text{в)} \frac{3a-1}{a^2-b^2} - \frac{3b-1}{a^2-b^2} = \frac{3a-1-3b+1}{a^2-b^2} =$$

$$= \frac{3a-3b}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b};$$

$$\text{г)} \frac{x-3}{x^2-64} + \frac{11}{x^2-64} = \frac{x-3+11}{x^2-64} =$$

$$= \frac{x+8}{(x-8)(x+8)} = \frac{1}{x-8};$$

$$\text{д)} \frac{2a+b}{(a-b)^2} + \frac{2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{2a+b+2b-5a}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{3b-3a}{(a-b)^2} = -\frac{3(b-a)}{(b-a)(b+a)} = -\frac{3}{a-b} = \frac{3}{b-a};$$

$$\text{е)} \frac{13x+6y}{(x+y)^2} - \frac{11x+4y}{(x+y)^2} =$$

$$= \frac{13x+6y-11x-4y}{(x+y)^2} = \frac{2x+2y}{(x+y)^2} =$$

$$= \frac{2(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{2}{x+y}.$$

№56.

$$\text{а)} \frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab} =$$

$$= \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{ab} = \frac{4ab}{ab} = 4;$$

$$\text{б)} \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2} = \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{a^2+b^2} =$$

$$= \frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2} =$$

$$= \frac{2a^2+2b^2}{a^2+b^2} = \frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2} = 2.$$

№57.

$$\text{а)} \frac{x^2+1}{x-3} - \frac{10}{x-3} = \frac{x^2+1-10}{x-3} =$$

$$= \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3,$$

при $x = 97$ получаем: $x+3 = 97+3 = 100$;

Ответ: 100;

$$\text{б)} \frac{y+7}{y^2-25} - \frac{2y+2}{y^2-25} = \frac{y+7-2y-2}{y^2-25} =$$

$$= \frac{5-y}{(y-5)(y+5)} = -\frac{y-5}{(y-5)(y+5)} = -\frac{1}{y+5};$$

при $y = -5,1$ получаем:

$$-\frac{1}{y+5} = -\frac{1}{(-5,1)+5} = -\frac{1}{-0,1} = \frac{1}{0,1} = 10;$$

Ответ: 10.

№58.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{a^2 - 43}{a - 6} + \frac{7}{a - 6} &= \frac{a^2 - 43 + 7}{a - 6} = \\ &= \frac{a^2 - 36}{a - 6} = \frac{(a - 6)(a + 6)}{a - 6} = a + 6; \end{aligned}$$

при $a = 10,25$ получаем: $a + 6 = 10,25 + 6 = 16,25$;

Ответ: 16,25;

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{9b - 1}{b^2 - 9} - \frac{6b - 10}{b^2 - 9} &= \frac{9b - 1 - 6b + 10}{b^2 - 9} = \\ &= \frac{3b + 9}{(b - 3)(b + 3)} = \frac{3(b + 3)}{(b - 3)(b + 3)} = \frac{3}{b - 3}; \end{aligned}$$

при $b = 3,5$ получаем: $\frac{3}{b - 3} = \frac{3}{3,5 - 3} = \frac{3}{0,5} = 3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 = 6$;

Ответ: 6.

№59.

$$\text{а) } \frac{x}{y - 1} + \frac{5}{1 - y} = \frac{x}{y - 1} - \frac{5}{y - 1} = \frac{x - 5}{y - 1};$$

$$\text{б) } \frac{a}{c - 3} - \frac{6}{3 - c} = \frac{a}{c - 3} + \frac{6}{c - 3} = \frac{a + 6}{c - 3};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{2m}{m - n} + \frac{2n}{n - m} &= \frac{2m}{m - n} - \frac{2n}{m - n} = \\ &= \frac{2m - 2n}{m - n} = \frac{2(m - n)}{m - n} = 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{5p}{2q - p} + \frac{10}{p - 2q} &= \frac{5p}{2q - p} - \frac{10}{2q - p} = \\ &= \frac{5(p - 2q)}{2q - p} = -\frac{5(2q - p)}{2q - p} = -5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } \frac{a^2 + 16}{a - 4} + \frac{8a}{4 - a} &= \frac{a^2 + 16}{a - 4} - \frac{8a}{a - 4} = \\ &= \frac{a^2 - 8a + 16}{a - 4} = \frac{(a - 4)^2}{a - 4} = a - 4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & \frac{x^2 + 9y^2}{x - 3y} + \frac{6xy}{3y - x} = \frac{x^2 + 9y^2 + (-6xy)}{x - 3y} = \\
 & = \frac{x^2 + 9y^2 - 6xy}{x - 3y} = \frac{x^2 - 6xy + 9y^2}{x - 3y} = \\
 & = \frac{(x - 3y)^2}{x - 3y} = x - 3y.
 \end{aligned}$$

№60.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{10p}{p - q} + \frac{3p}{q - p} = \frac{10p}{p - q} - \frac{3p}{p - q} = \\
 & = \frac{10p - 3p}{p - q} = \frac{7p}{p - q};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{5a}{a - b} + \frac{5b}{b - a} = \frac{5a}{a - b} - \frac{5b}{a - b} = \\
 & = \frac{5a - 5b}{a - b} = \frac{5(a - b)}{a - b} = 5;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \frac{x - 3}{x - 1} - \frac{2}{1 - x} = \frac{x - 3}{x - 1} + \frac{2}{x - 1} = \\
 & = \frac{x - 3 + 2}{x - 1} = \frac{x - 1}{x - 1} = 1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \frac{a}{2a - b} + \frac{3a - b}{b - 2a} = \frac{a}{2a - b} - \frac{3a - b}{2a - b} = \\
 & = \frac{a - 3a + b}{2a - b} = \frac{b - 2a}{2a - b} = -\frac{2a - b}{2a - b} = -1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д)} \quad & \frac{a}{a^2 - 9} + \frac{3}{9 - a^2} = \frac{a}{a^2 - 9} - \frac{3}{a^2 - 9} = \\
 & = \frac{a - 3}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{1}{a + 3};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{е)} \quad & \frac{y^2}{y - 1} + \frac{1}{1 - y} = \frac{y^2}{y - 1} - \frac{1}{y - 1} = \\
 & = \frac{y^2 - 1}{y - 1} = \frac{(y - 1)(y + 1)}{y - 1} = y + 1.
 \end{aligned}$$

№61.

$$\text{a)} \quad \frac{3x + 5}{2x - 1} + \frac{7x + 3}{1 - 2x} = \frac{3x + 5}{2x - 1} - \frac{7x + 3}{2x - 1} =$$

$$= \frac{3x + 5 - 7x - 3}{2x - 1} = \frac{-4x + 2}{2x - 1} = \frac{-2(2x - 1)}{2x - 1} = -2;$$

НЕ ЗАВИСИТ ОТ x ;

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{5x + 1}{5x - 20} + \frac{x + 17}{20 - 5x} = \frac{5x + 1}{5x - 20} - \frac{x + 17}{5x - 20} = \\ & = \frac{5x + 1 - x - 17}{5x - 20} = \frac{4x - 16}{5(x - 4)} = \frac{4(x - 4)}{5(x - 4)} = \frac{4}{5}; \end{aligned}$$

НЕ ЗАВИСИТ ОТ x .

№62.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{x^2}{(x - 5)^2} - \frac{25}{(5 - x)^2} = \frac{x^2}{(x - 5)^2} - \frac{25}{(x - 5)^2} = \\ & = \frac{x^2 - 25}{(x - 5)^2} = \frac{(x - 5)(x + 5)}{(x - 5)(x - 5)} = \frac{x + 5}{x - 5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{x^2 + 25}{(x - 5)^3} + \frac{10x}{(5 - x)^3} = \frac{x^2 + 25}{(x - 5)^3} - \frac{10x}{(x - 5)^3} = \\ & = \frac{x^2 - 10x + 25}{(x - 5)^3} = \frac{(x - 5)^2}{(x - 5)^3} = \frac{1}{x - 5}. \end{aligned}$$

№63.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{x^2}{x^2 - 16} - \frac{8(x - 2)}{x^2 - 16} = \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16} = \\ & = \frac{(x - 4)^2}{(x - 4)(x + 4)} = \frac{x - 4}{x + 4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{64 - 2ab}{(a - 8)^2} + \frac{2ab - a^2}{(8 - a)^2} = \frac{64 - 2ab}{(a - 8)^2} + \frac{2ab - a^2}{(a - 8)^2} = \\ & = \frac{64 - 2ab + 2ab - a^2}{(a - 8)^2} = \frac{64 - a^2}{(a - 8)^2} = \end{aligned}$$

$$\frac{(a - 8)(8 + a)}{(8 - a)(8 - a)} = \frac{8 + a}{8 - a}.$$

№64.

а) подставим $c = x$:

$$\frac{a + b}{x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x};$$

б) подставим $c = x$:

$$\frac{2a^2 + a}{y} = \frac{2a^2}{y} + \frac{a}{y};$$

в) подставим $c = x$:

$$\frac{x^2 + 6y^2}{2xy} = \frac{x^2}{2xy} + \frac{6y^2}{2xy} = \frac{x}{2y} + \frac{3y}{x};$$

г) подставим $c = x$:

$$\frac{12a + y^2}{6ay} = \frac{12a}{6ay} + \frac{y^2}{6ay} = \frac{2}{y} + \frac{y}{6a}.$$

№65.

$$\text{а) } \frac{x^2 + y^2}{x^4} = \frac{x^2}{x^4} + \frac{y^2}{x^4} = \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{x^4};$$

$$\text{б) } \frac{2x - y}{b} = \frac{2x}{b} - \frac{y}{b};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 + 1}{2a} = \frac{a^2}{2a} + \frac{1}{2a} = \frac{a}{2} + \frac{1}{2a};$$

$$\text{г) } \frac{a^2 - 3ab}{a^3} = \frac{a^2}{a^3} - \frac{3ab}{a^3} = \frac{1}{a} - \frac{3b}{a^2};$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№66.

а) подставим $a = 2$:

$$\frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot 2^2}{2 \cdot 2 - 1} = \frac{12}{3} = 4;$$

Ответ: 4;

б) подставим $a = -\frac{1}{3}$:

$$\frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1} = \frac{3 \cdot \frac{1}{9}}{-\frac{2}{3} - 1} =$$

$$= \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = -\frac{1}{5}.$$

Ответ: $-\frac{1}{5}$.

№67.

$$a) 3(5x - 4) - 8x = 4x + 9;$$

$$15x - 12 - 8x = 4x + 9;$$

$$3x = 21;$$

$$x = 7;$$

Ответ: $x = 7$;

$$б) 19x - 8(x - 3) = 66 - 3x;$$

$$19x - 8x + 24 = 66 - 3x;$$

$$11x + 3x = 66 - 24;$$

$$14x = 42;$$

$$x = 3;$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = 3;$$

$$\text{в) } 0,2(0,7x - 5) + 0,02 = 1,4(x - 1,6);$$

$$0,14x - 1 + 0,02 = 1,4x - 2,24;$$

$$0,14x - 0,98 = 1,4x - 2,24;$$

$$1,26 = 1,26x;$$

$$x = 1;$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = 1;$$

$$\text{г) } 2,7(0,1x + 3,2) + 0,6(1,3 - x) = 16,02;$$

$$0,27x + 8,64 + 0,78 - 0,6x = 16,02;$$

$$-0,33x = 16,02 - 8,64 - 0,78;$$

$$-0,33x = 6,6;$$

$$x = 6,6 : (-0,33);$$

$$x = -\frac{66}{10} \cdot \frac{100}{33} = \frac{660}{33} = -20;$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = -20.$$

№68.

$$\text{а) } 8x^2 - 16x^3y = 8x^3(x - 2y);$$

$$\text{б) } 15xy^5 + 10y^2 = 5y^2(3xy^3 + 2);$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 8a^2 - 50y^2 &= 2(4a^2 - 25y^2) = \\ &= 2(2a - 5y)(2a + 5y); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad 18b^2 - 98a^2 &= 2(9b^2 - 49a^2) = \\ &= 2(3b - 7a)(3b + 7a); \end{aligned}$$

$$\text{д)} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25);$$

$$\text{е)} \quad y^3 + 8 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4);$$

$$\begin{aligned} \text{ж)} \quad ab + 8a + 9b + 72 &= a(b + 8) + 9(b + 8) = \\ &= (b + 8)(a + 9); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{з)} \quad 6m - 12 - 2n + mn &= 6(m - 2) + n(m - 2) = \\ &= (m - 2)(6 + n). \end{aligned}$$

№69.

Достаточно выяснить, когда знаменатель дроби отличен от нуля.

$$\text{а)} \quad 2a + 25 \neq 0; \quad 2a \neq -25; \quad a \neq -\frac{25}{2}; \quad a \neq -12,5;$$

$$\text{б)} \quad y - \text{любое число, так как } 9 + y^2 > 0 \text{ при всех } y;$$

$$\text{в)} \quad 3x(x + 12) \neq 0; \quad 1) 3x \neq 0; \quad x \neq 0; \quad 2) x + 12 \neq 0; \quad x \neq -12;$$

$$\text{Итак: } x \neq 0; \quad x \neq -12;$$

$$\text{г)} \quad (a + 1)(a - 4) \neq 0; \quad 1) a + 1 \neq 0; \quad a \neq -1; \quad 2) a - 4 \neq 0; \quad a \neq 4;$$

$$\text{Итак: } a \neq -1; \quad a \neq 4.$$

4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

№70.

$$\text{а)} \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3x + 2y}{6};$$

$$\text{б)} \quad \frac{c}{4} - \frac{d}{12} = \frac{3c - d}{12};$$

$$\text{в)} \quad \frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2 + q^2}{qp};$$

$$\text{г)} \quad \frac{a}{b} - \frac{b^2}{a} = \frac{a^2 - b^3}{ab};$$

$$д) \frac{3}{2x} - \frac{2}{3x} = \frac{9-4}{6x} = \frac{5}{6x};$$

$$е) \frac{a}{5c} + \frac{3a}{4c} = \frac{4a+15a}{20c} = \frac{19a}{20c};$$

$$ж) \frac{5x}{8y} + \frac{x}{4y} = \frac{5x+2x}{8y} = \frac{7x}{8y};$$

$$з) \frac{17y}{24c} - \frac{25y}{36c} = \frac{51y-50y}{72c} = \frac{y}{72c};$$

$$и) \frac{5a}{18b} - \frac{7a}{45b} = \frac{25a-14a}{90b} = \frac{11a}{90b}.$$

№71.

$$\begin{aligned} а) \frac{5y-3}{6y} + \frac{y+2}{4y} &= \\ &= \frac{2(5y-3)+3(y+2)}{12y} = \frac{13y}{12y} = \frac{13}{12}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} б) \frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x} &= \\ &= \frac{3(3x+5)+5(x-3)}{105x} = \frac{14x}{105x} = \frac{2}{15}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} в) \frac{b+2}{15b} - \frac{3c-5}{45c} &= \\ &= \frac{3c(b+2)-b(3c-5)}{45bc} = \frac{6c+5b}{45bc}; \end{aligned}$$

$$г) \frac{8b+y}{40b} - \frac{6y+b}{30y} =$$

$$= \frac{24by + 3y^2 - 24by - 4b^2}{120y} = \frac{3y^2 - 4b^2}{120y};$$

№72.

$$\text{a)} \quad \frac{3x}{4} - \frac{5x}{9} = \frac{27x - 20x}{36} = \frac{7x}{36};$$

$$\text{б)} \quad \frac{6a}{5} - \frac{3a}{4} = \frac{24a - 15a}{20} = \frac{9a}{20};$$

$$\text{в)} \quad \frac{7a}{12b} - \frac{2a}{15b} = \frac{35a - 8a}{60b} = \frac{27a}{60b} = \frac{9a}{20b};$$

$$\text{г)} \quad \frac{9p}{10} - \frac{7p}{12} = \frac{54p - 35p}{60} = \frac{19p}{60};$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad \frac{15a - b}{12a} - \frac{a - 4b}{9a} &= \\ &= \frac{45a - 3b - 4a + 16b}{36a} = \frac{41a + 13b}{36a}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad \frac{7x + 4}{8y} - \frac{3x - 1}{6y} &= \\ &= \frac{21x + 12 - 12x + 4}{24y} = \frac{9x + 16}{24y}. \end{aligned}$$

№73.

$$\text{a)} \quad \frac{b}{a^2} - \frac{1}{a} = \frac{b - a}{a^2};$$

$$\text{б)} \quad \frac{1 - x}{x^3} + \frac{1}{x^2} = \frac{1 - x + x}{x^3} = \frac{1}{x^3};$$

$$\text{в)} \frac{1}{2a^7} + \frac{4-2a^3}{a^{10}} =$$

$$= \frac{a^3 + 8 - 4a^3}{2a^{10}} = \frac{8 - 3a^3}{2a^{10}};$$

$$\text{г)} \frac{a+b}{a^2} + \frac{a-b}{ab} =$$

$$= \frac{ab + b^2 + a^2 - ab}{a^2b} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b};$$

$$\text{д)} \frac{2a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2} =$$

$$= \frac{2ab - 3b^2 + 4a^2 - 5ab}{a^2b^2} = \frac{4a^2 - 3ab - 3b^2}{a^2b^2};$$

$$\text{е)} \frac{x-2y}{xy^2} - \frac{2y-x}{x^2y} =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy - 2y^2 + xy}{x^2y^2} = \frac{x^2 - 2y^2 - xy}{x^2y^2}.$$

№74.

$$\text{а)} \frac{2xy-1}{4x^3} - \frac{3y-x}{6x^2} =$$

$$= \frac{6xy - 3 - 6xy + 2x^2}{12x^3} = \frac{2x^2 - 3}{12x^3};$$

$$\text{б)} \frac{1-b^2}{3ab} + \frac{2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b(1-b^2) + 2b^3 - 1}{6ab^2} =$$

$$= \frac{2b - 2b^3 + 2b^3 - 1}{6ab^2} = \frac{2b - 1}{6ab^2};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3a^3} - \frac{2}{5a^5} = \frac{5a^2 - 6}{15a^5};$$

$$\text{г) } \frac{b^2}{6x^5} - \frac{b}{3x^6} = \frac{xb^2 - 2b}{6x^6}.$$

№75.

$$\text{а) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = \frac{c}{abc} + \frac{b}{abc} + \frac{a}{abc} = \frac{a+b+c}{abc};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{ab-b}{a} - \frac{ab-a}{b} - \frac{a^2-b^2}{ab} &= \\ &= \frac{b(ab-b) - a(ab-a) - a^2 + b^2}{ab} = \\ &= \frac{ab^2 - b^2 - a^2b + a^2 - a^2 + b^2}{ab} = \\ &= \frac{ab^2 - a^2b}{ab} = b - a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{b-a}{ab} + \frac{c-b}{bc} - \frac{c-a}{ac} &= \\ &= \frac{cb - ac + ac - ab - bc + ab}{abc} = 0; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{3ab+2b^2}{ab} - \frac{a+2b}{a} + \frac{a-2b}{b} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3ab + b^2}{ab} - \frac{b(a + 2b)}{ab} + \frac{a(a - 2b)}{ab} = \\
 &= \frac{3ab + 2b^2 - ab - 2b^2 + a^2 - 2ab}{ab} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}.
 \end{aligned}$$

№76.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{x-y}{xy} - \frac{x-z}{xz} = \frac{zx - zy - yx + yz}{xyz} = \\
 &= \frac{zx - yx}{xyz} = \frac{z-y}{yz};
 \end{aligned}$$

$$\text{б)} \quad \frac{a-2b}{3b} - \frac{b-2a}{3a} = \frac{a^2 - 2ab - b^2 + 2ab}{3ab} = \frac{a^2 - b^2}{3ab};$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \frac{p-q}{p^3q^2} - \frac{p+q}{p^2q^3} = \\
 &= \frac{qp - q^2 - p^2 - pq}{p^3q^3} = -\frac{q^2 + p^2}{p^3q^3};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \frac{3m-n}{3m^2n} - \frac{2n-m}{2mn^2} = \frac{2m(3m-n) - 3m(2n-m)}{6m^2n^2} = \\
 &= \frac{6mn - 2n^2 - 6mn + 3m^2}{6m^2n^2} = \frac{3m^2 - 2n^2}{6m^2n^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д)} \quad & \frac{3b+2c}{9b^2c} - \frac{2c-5b}{6bc^2} = \\
 &= \frac{6bc + 4c^2 - bc + 15b^2}{18b^2c^2} = \frac{4c^2 + 15b^2}{18b^2c^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{2x-7y}{2x^2y} - \frac{5y-8x}{5xy^2} &= \\ &= \frac{10xy-35y^2-10xy+16x^2}{10x^2y^2} = \frac{16x^2-35y^2}{10x^2y^2}; \end{aligned}$$

№77.

$$\text{а) } x + \frac{1}{y} = \frac{x}{1} + \frac{1}{y} = \frac{xy+1}{y};$$

$$\text{б) } \frac{1}{a} - a = \frac{1}{a} - \frac{a}{1} = \frac{1-a^2}{a};$$

$$\text{в) } 3a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{1} - \frac{a}{4} = \frac{12a-a}{4} = \frac{11a}{4};$$

$$\text{г) } 5b - \frac{2}{b} = \frac{5b}{1} - \frac{2}{b} = \frac{5b^2-2}{b};$$

$$\text{д) } \frac{a^2+b}{a} - a = \frac{a^2+b}{a} - \frac{a}{1} =$$

$$= \frac{a^2+b-a^2}{a} = \frac{b}{a};$$

$$\text{е) } 2p - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{2p}{1} - \frac{4p^2+1}{2p} =$$

$$= \frac{4p^2 - (4p^2+1)}{2p} = \frac{4p^2-4p^2-1}{2p} = -\frac{1}{2p};$$

$$\text{ж) } \frac{(a-b)^2}{2a} + b = \frac{(a-b)^2}{2a} \cdot \frac{b}{1} =$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 2ab}{2a} = \frac{a^2 + b^2}{2a};$$

$$3) \ c - \frac{(b+c)^2}{2b} = \frac{c}{1} - \frac{(b+c)^2}{2b} =$$

$$= \frac{2bc - (b^2 + 2bc + c^2)}{2b} =$$

$$= \frac{2bc - b^2 - bc - c^2}{2b} =$$

$$= \frac{-b^2 - c^2}{2b} = -\frac{b^2 + c^2}{2b}.$$

№78.

$$a) \ 5 - \frac{c}{2} = \frac{5}{1} - \frac{c}{2} = \frac{10 - c}{2};$$

$$6) \ 5y^2 - \frac{15y^2 - 1}{3} = \frac{15y^2 - 15y^2 + 1}{3} = \frac{1}{3};$$

$$b) \ a + b - \frac{a-3}{3} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a-3}{3} =$$

$$= \frac{3a + 3b - (a-3)}{3} = \frac{3a + 3b - a + 3}{3} =$$

$$= \frac{2a + 3b + 3}{3};$$

$$r) \ \frac{2b^2 - 1}{b} - b + 5 = \frac{2b^2 - 1 - b^2 + 5b}{b} =$$

$$= \frac{b^2 + 5b - 1}{b}.$$

№79.

$$\text{a)} \quad 1 - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{1}{1} - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{20 - 4a - 5b}{20};$$

$$\text{б)} \quad 12 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12}{1} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12ab - b - a}{ab};$$

$$\text{в)} \quad \frac{a-2}{2} - 1 - \frac{a-3}{3} = \frac{a-2}{2} - \frac{1}{1} - \frac{a-3}{3} =$$

$$= \frac{3a - 6 - 6 - 2a + 6}{6} = \frac{a - 6}{6};$$

$$\text{г)} \quad 4a - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{4a}{1} - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} =$$

$$= \frac{48a - 3a + 3 - 4a - 8}{12} = \frac{41a - 5}{12};$$

$$\text{д)} \quad \frac{a+b}{4} - a + b = \frac{a+b}{4} - \frac{a}{1} + \frac{b}{1} = \frac{5b - 3a}{4};$$

$$\text{е)} \quad a + b - \frac{a^2 + b^2}{a} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a^2 + b^2}{a} =$$

$$= \frac{a^2 + ab - (a^2 + b^2)}{a} = \frac{ab - b^2}{a}.$$

№80.

$$\text{a)} \quad x - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} = \frac{x}{1} - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} =$$

$$= \frac{4x - 2x + 2y + x + y}{4} = \frac{3x + 3y}{4};$$

$$\text{б)} \frac{3}{x} - 2 - \frac{5}{x} = \frac{3}{x} - \frac{2}{1} - \frac{5}{x} =$$

$$= \frac{3 - 2x - 5}{x} = -\frac{2x + 2}{x};$$

$$\text{в)} 3 - \frac{2x - y}{4} + \frac{x + 4y}{12} = \frac{3}{1} - \frac{2x - y}{4} + \frac{x + 4y}{12} =$$

$$= \frac{36 - 6x + 3y + x + 4y}{12} = \frac{36 - 5x + 7y}{12};$$

$$\text{г)} \frac{6a - 4b}{5} - \frac{b + 7a}{3} - 2 = \frac{6a - 4b}{5} - \frac{b + 7a}{3} - \frac{2}{1} =$$

$$= \frac{18a - 12b - 5b - 35a - 30}{15} = -\frac{17a + 17b + 30}{15}.$$

№81.

$$\text{а)} \frac{b - c}{b} + \frac{b}{b + c} = \frac{(b + c)(b - c) + b^2}{b(b + c)} =$$

$$= \frac{b^2 - c^2 + b^2}{b(b + c)} = \frac{2b^2 - c^2}{b(b + c)};$$

$$\text{б)} \frac{x + 1}{x - 2} - \frac{x + 3}{x} = \frac{x(x + 1) - (x - 2)(x + 3)}{(x - 2)x} =$$

$$= \frac{x^2 + x - x^2 - x + 6}{x(x - 2)} = \frac{6}{x(x - 2)};$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} &= \frac{(m+n)m - n(m-n)}{(m-n)(m+n)} = \\ &= \frac{m^2 + mn - mn + n^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Г)} \quad \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a+1} &= \frac{2a(2a+1) - (2a-1)}{(2a-1)(2a+1)} = \\ &= \frac{4a^2 + 2a - 2a + 1}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2 + 1}{4a^2 - 1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Д)} \quad \frac{a}{a+2} - \frac{a}{a-2} &= \frac{a(a-2) - a(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \\ &= \frac{a^2 - 2a - a^2 - 2a}{a^2 - 4} = \frac{4a}{4 - a^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad \frac{p}{3p-1} - \frac{p}{3p+1} &= \frac{p(3p+1) - p(3p-1)}{(3p-1)(3p+1)} = \\ &= \frac{3p^2 + p - 3p^2 + p}{9p^2 - 1} = \frac{2p}{9p^2 - 1}. \end{aligned}$$

№82.

$$\text{a)} \quad \frac{3x}{5(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} = \frac{9x - 10y}{15(x+y)};$$

$$\text{б)} \quad \frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)} = \frac{4a^2 - 5b^2}{20(a-b)};$$

$$\text{B)} \quad \frac{3}{ax - ay} + \frac{2}{by - bx} =$$

$$= \frac{3}{a(x-y)} - \frac{2}{b(x-y)} = \frac{3b-2a}{ab(x-y)};$$

$$\text{r)} \frac{13c}{bm-bn} - \frac{12b}{cn-cm} =$$

$$= \frac{13c}{b(m-n)} + \frac{12b}{c(m-n)} = \frac{13c^2 + 12b^2}{bc(m-n)};$$

$$\text{д)} \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6} = \frac{a}{2(x+2)} - \frac{a}{3(x+2)} =$$

$$= \frac{3a-2a}{6(x+2)} = \frac{a}{6(x+2)};$$

$$\text{е)} \frac{p}{7a-14} + \frac{1}{2-a} =$$

$$= \frac{p}{7(a-2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{p-7}{7(a-2)}.$$

№83.

$$\text{а)} \frac{p}{2x+1} - \frac{p}{3x-2} = \frac{p(3x-2) - p(2x+1)}{(3x-2)(2x+1)} =$$

$$= \frac{3xp-2p-2xp-p}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{p(x-3)}{(3x-2)(2x+1)};$$

$$\text{б)} \frac{6a}{x-2y} + \frac{2a}{x+y} = \frac{6a(x+y) + 2a(x-2y)}{(x+y)(x-2y)} =$$

$$= \frac{8ax+2ay}{(x+y)(x-2y)} = \frac{2a(4x+y)}{(x+y)(x-2y)};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{a}{5x-10} + \frac{a}{6x-12} &= \frac{a}{5(x-2)} + \frac{a}{6(x-2)} = \\ &= \frac{6a+5a}{30(x-2)} = \frac{11a}{30(x-2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{5b}{12a-36} - \frac{b}{48-16a} &= \frac{5b}{12(a-3)} + \frac{b}{16(a-3)} = \\ &= \frac{20b+3b}{48(a-3)} = \frac{23b}{48(a-3)}. \end{aligned}$$

№84.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{5y+3}{2y+2} - \frac{7y+4}{3y+3} &= \frac{5y+3}{2(y+1)} - \frac{7y+4}{3(y+1)} = \\ &= \frac{15y+9-14y-8}{6(y+1)} = \frac{y+1}{6(y+1)} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

не зависит от y ;

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{11y+13}{3y-3} + \frac{15y+17}{4-4y} &= \frac{11y+13}{3(y-1)} - \frac{15y+17}{4(y-1)} = \\ &= \frac{44y+52-45y-51}{12(y-1)} = \frac{-y+1}{12(y-1)} = \\ &= -\frac{y-1}{12(y-1)} = -\frac{1}{12}, \end{aligned}$$

не зависит от y ;

№85.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{a^2}{ax-x^2} + \frac{x}{x-a} &= \frac{a^2}{x(a-x)} - \frac{x}{a-x} = \\ &= \frac{a^2-x^2}{x(a-x)} = \frac{(a-x)(a+x)}{x(a-x)} = \frac{a+x}{x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{b^2-4by}{2y^2-by} - \frac{4y}{b-2y} &= \frac{b^2-4by}{y(2y-b)} + \frac{4y}{2y-b} = \\ &= \frac{b^2-4by+4y^2}{y(2y-b)} = \frac{(b-2y)^2}{y(2y-b)} = \frac{2y-b}{y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{b}{2a^2-ab} - \frac{4a}{2ab-b^2} &= \frac{b}{a(2a-b)} - \frac{4a}{b(2a-b)} = \\ &= \frac{b^2-4a^2}{ab(2a-b)} = \frac{(b-2a)(b+2a)}{ab(2a-b)} = -\frac{b+2a}{ab}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{4y}{3x^2+2xy} - \frac{9x}{3xy+2x^2} &= \frac{4y}{x(3x+2y)} - \frac{9x}{x(3y+2x)} = \\ &= \frac{4y(3y+2x) - x(3x+2y)}{x(3x+2y)(3y+2x)} = \frac{12y^2-10xy-27x^2}{x(3x+2y)(3y+2x)}; \end{aligned}$$

№86.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x-25}{5x-25} + \frac{3x+5}{x^2-5x} &= \frac{x-25}{5(x-5)} + \frac{3x+5}{x(x-5)} = \\ &= \frac{x(x-25) + 5(3x+5)}{5x(x-5)} = \frac{x^2-10x+25}{5x(x-5)} = \\ &= \frac{(x-5)^2}{5x(x-5)} = \frac{x-5}{5x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad \frac{12-y}{6y-36} - \frac{6}{y^2-6y} &= \frac{12-y}{6(y-6)} - \frac{6}{y(y-6)} = \\
 &= \frac{12y-y^2-36}{6y(y-6)} = -\frac{(y-6)^2}{6y(y-6)} = \\
 &= -\frac{y-6}{6y} = \frac{6-y}{6y};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad \frac{1}{a^2+ab} + \frac{1}{ab+b^2} &= \frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{b(a+b)} = \\
 &= \frac{b+a}{ab(a+b)} = \frac{1}{ab};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad \frac{1}{b^2-ab} - \frac{1}{ab-a^2} &= \frac{1}{b(b-a)} - \frac{1}{a(b-a)} = \\
 &= \frac{a}{ab(b-a)} - \frac{b}{ab(b-a)} = \frac{a-b}{ab(b-a)} \equiv \frac{1}{ab}.
 \end{aligned}$$

№87.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad 1 - \frac{a+b}{a-b} &= \frac{1}{1} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b-(a+b)}{a-b} = \\
 &= \frac{a-b-a-b}{a-b} = \frac{2b}{b-a};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad \frac{a^2+b^2}{a-b} - a &= \frac{a^2+b^2}{a-b} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b^2-a(a-b)}{a-b} = \\
 &= \frac{b^2+ab}{a-b} = \frac{b(b+a)}{a-b};
 \end{aligned}$$

$$\text{B)} \quad m - n + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m}{1} - \frac{n}{1} + \frac{n^2}{m+n} =$$

$$= \frac{m(m+n) - n(m+n) + n^2}{m+n} = \frac{m^2}{m+n};$$

$$\text{Г)} \quad a + b - \frac{a^2 + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{a+b} = \frac{2ab}{a+b};$$

$$\text{Д)} \quad x - \frac{9}{x-3} - 3 = \frac{x}{1} - \frac{9}{x-3} - \frac{3}{1} =$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 9 - 3x + 9}{x-3} = \frac{x^2 - 6x}{x-3};$$

$$\text{Е)} \quad a^2 - \frac{a^4 + 1}{a^2 - 1} + 1 = \frac{a^2}{1} - \frac{a^4 + 1}{a^2 - 1} + \frac{1}{1} =$$

$$= \frac{a^2(a^2 - 1)}{a^2 - 1} - \frac{a^4 + 1}{a^2 - 1} + \frac{a^2 - 1}{a^2 - 1} =$$

$$= \frac{a^4 - a^2 - a^4 - 1 + a^2 - 1}{a^2 - 1} = -\frac{2}{a^2 - 1} = \frac{2}{1 - a^2}.$$

№88.

$$\text{а)} \quad \frac{a^2 + 3a}{ab - 5b + 8a - 40} - \frac{a}{b+8} = \frac{a^2 + 3a}{(a-5)(b+8)} - \frac{a}{b+8} =$$

$$= \frac{a^2 + 3a - a(a-5)}{(a-5)(b+8)} = \frac{a^2 + 3a - a^2 + 5a}{(a-5)(b+8)} = \frac{8a}{(a-5)(b+8)};$$

$$\text{б)} \quad \frac{y}{3x-2} - \frac{3y}{6xy+9x-4y-6} = \frac{y}{3x-2} - \frac{3y}{(2y+3)(3x-2)} =$$

$$= \frac{y(2y+3)-3y}{(2y+3)(3x-2)} = \frac{2y^2+3y-3y}{(2y+3)(3x-2)} = \frac{2y^2}{(2y+3)(3x-2)}.$$

№89.

$$a) \frac{x^2}{3ax-2-x+6a} - \frac{x}{3a-1} = \frac{x^2}{(3a-1)(x+2)} - \frac{x}{3a-1} =$$

$$= \frac{x^2 - x(x+2)}{(3a-1)(x+2)} = \frac{x^2 - x^2 - 2x}{(3a-1)(x+2)} = -\frac{2x}{(3a-1)(x+2)} =$$

$$= \frac{2x}{(1-3a)(x+2)};$$

$$б) \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2+3x}{4xy-3-2y+6x} = \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2+3x}{2x(2y+3)-(2y+3)} =$$

$$= \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2+3x}{(2y+3)(2x-1)} = \frac{3x(2x-1)+x^2+3x}{(2y+3)(2x-1)} =$$

$$= \frac{7x^2}{(2y+3)(2x-1)}.$$

№90.

$$a) \frac{x^2-3xy}{(x+y)(x-y)} + \frac{y}{(x-y)} = \frac{x^2-3xy+y(x+y)}{(x+y)(x-y)} =$$

$$= \frac{x^2-2xy+y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x-y)}{(x+y)};$$

$$б) \frac{c}{b-c} + \frac{b^2-3bc}{b^2-c^2} = \frac{c(b+c)+b^2-3bc}{b^2-c^2} =$$

$$= \frac{c(b+c) + b^2 - 3bc}{(b-c)(b+c)} = \frac{bc + c^2 + b^2 - 3bc}{(b-c)(b+c)} =$$

$$= \frac{b^2 - 2bc + c^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{(b-c)^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{b-c}{b+c};$$

$$\text{B)} \quad \frac{a-2y}{a+y} - \frac{y^2-5ay}{a^2-y^2} = \frac{(a-y)(a-2y) - (y^2-5ay)}{(a-y)(a+y)} =$$

$$= \frac{a^2 - 2ay - ay + 2y^2 - y^2 + 5ay}{(a-y)(a+y)} = \frac{y^2 + 2ay + a^2}{(a-y)(a+y)} =$$

$$= \frac{(a+y)^2}{(a-y)(a+y)} = \frac{a+y}{a-y};$$

$$\frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a} = \frac{a+3}{(a-1)(a+1)} - \frac{1}{a(a+1)} =$$

$$= \frac{a(a+3) - (a-1)}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2 + 2a + 1}{a(a-1)(a+1)} =$$

$$= \frac{(a+1)^2}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a+1}{a(a-1)}.$$

№ 91.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2} &= \frac{b-6}{(2-b)(2+b)} + \frac{2}{b(2-b)} = \\ &= \frac{b(b-6) + 2(2+b)}{b(2-b)(2+b)} = \frac{b^2 - 6b + 4 + 2b}{b(2-b)(2+b)} = \\ &= \frac{(2-b)^2}{b(2-b)(2+b)} = \frac{2-b}{b(2+b)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{b}{ab-5a^2} - \frac{15b-25a}{b^2-25a^2} &= \frac{b}{a(b-5a)} - \frac{15b-25a}{(b-5a)(b+5a)} = \\ &= \frac{b(b+5a)}{a(b-5a)(b+5a)} - \frac{a(15b-25a)}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b^2 + 5ab - 15ab + 25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \\ &= \frac{b^2 - 10ab + 25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{(b-5a)^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b-5a}{a(b+5a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a}{4ax-x^2} &= \frac{x-12a}{(x-4a)(x+4a)} - \frac{4a}{x(4a-x)} = \\ &= \frac{x(x-12a) + 4a(x+4a)}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2 - 12ax + 4ax + 16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2 - 8ax + 16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \\ &= \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x-4a}{x(x+4a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{a-30y}{a^2-100y^2} - \frac{10y}{10ay-a^2} &= \frac{a-30y}{(a-10y)(a+10y)} - \frac{10y}{a(10y-a)} = \\ &= \frac{a(a-30y) + 10y(a+10y)}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a^2 - 30ay + 10ay + 100y^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \\ &= \frac{(a-10y)^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a-10y}{a(a+10y)}. \end{aligned}$$

№ 92.

$$\text{a) } \frac{a+4}{a^2-2a} - \frac{a}{a^2-4} = \frac{a+4}{a(a-2)} - \frac{a}{(a-2)(a+2)} = \frac{a^2+4a+2a+8-a^2}{a(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{6a+8}{a(a-2)(a+2)} = \frac{2(3a+4)}{a(a-2)(a+2)};$$

$$\text{б) } \frac{4-x^2}{16-x^2} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2}{(4-x)(4+x)} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2-(4-x)(x+1)}{(4-x)(4+x)} =$$

$$= \frac{4-x^2-4x-4+x^2+x}{(4-x)(4+x)} = \frac{-3x}{(4-x)(4+x)} = \frac{3x}{x^2-16};$$

$$\text{в) } \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{1-4b^2} = \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{3}{1+2b} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} =$$

$$= \frac{3(1-2b)+b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{10-5b}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{5(2-b)}{1-4b^2};$$

$$\text{г) } \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{25-16a^2} = \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{(5-4a)(5+4a)} =$$

$$= \frac{5b}{4a-5} - \frac{16ab+30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{20ab+25b-16ab-30b}{(4a-5)(4a+5)} =$$

$$= \frac{b(4a-5)}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b}{4a+5};$$

$$\text{д) } \frac{(a+b)^2}{a^2ab} + \frac{(a-b)^2}{a^2-ab} = \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} + \frac{(a-b)^2}{a(a-b)} = \frac{a+b}{a} + \frac{a-b}{a} =$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + 1 - \frac{b}{a} = 2;$$

$$\text{е) } \frac{x^2-4}{5x-10} - \frac{x^2+4x+4}{5x+10} = \frac{x^2-4}{5(x-2)} - \frac{x^2+4x+4}{5(x+2)} =$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{5(x-2)} - \frac{(x+2)^2}{5(x+2)} = \frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{5} = 0.$$

№ 93.

$$\text{а) } \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x+2}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x+1)-x(x+2)}{x(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2+2x+1-x^2-2x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x^2-1)};$$

подставим $x = -1,5$: $\frac{1}{x(x^2-1)} = \frac{1}{(-1,5)[(-1,5)^2-1]} = \frac{1}{(-1,5)1,25} =$
 $= \frac{1}{-1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{4}} = -\frac{1}{\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}} = -\frac{8}{15}.$

Ответ: $-\frac{8}{15}.$

б) $\frac{x+2}{x^2+3x} - \frac{1-x}{x^2-9} = \frac{x+2}{x(x+3)} - \frac{1+x}{(x-3)(x+3)} =$
 $= \frac{(x-3)(x+2) - x(1+x)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+2x-3x-6-x-x^2}{x(x-3)(x+3)} =$

подставим $x = -1,5$: $\frac{2}{x(3-x)} = \frac{2}{-1,5[3-(-1,5)]} = \frac{2}{-1,5 \cdot 4,5} = -\frac{2}{\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{2}} =$
 $= -\frac{8}{27}.$

Ответ: $-\frac{8}{27}.$

№ 94.

а) $\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3} - \frac{1}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} - \frac{1}{a+b} = \frac{ab}{a^3+b^3};$

б) $\frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{p^3-q^3} = \frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} =$
 $= \frac{p^2-2pq+q^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{(p-q)^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{p-q}{p^2+pq+q^2};$

в) $\frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{a^3+1} = \frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{(1+a)(1-a)+a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} =$
 $= \frac{1}{a^3+1};$

г) $\frac{6a^3+48a}{a^3+64} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} = \frac{6a^3+48a}{(a+4)(a^2-4a+16)} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} =$

$$= \frac{6a^3 + 48a - 3a^2(a+4)}{(a+4)(a^2 - 4a + 16)} = \frac{6a^3 + 48a - 3a^3 - 12a^2}{(a+4)(a^2 - 4a + 16)} = \frac{3a(a^2 - 4a + 16)}{(a+4)(a^2 - 4a + 16)} =$$

$$= \frac{3a}{a+4}.$$

№ 95.

$$\text{a) } \frac{4}{y+2} - \frac{3}{y-2} + \frac{12}{y^2+4} = \frac{4(y-2) - 3(y+2) + 12}{(y+2)(y-2)} = \frac{y-2}{(y-2)(y+2)} =$$

$$= \frac{1}{y+2};$$

$$\text{б) } \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{36-a^2} = \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{(a-6)(a+6)} =$$

$$= \frac{a(a+6) - 3(a-6) - a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{a^2 + 6a - 3a + 18 - a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{18+3a}{(a-6)(a+6)} = \frac{3}{a-6};$$

$$\text{в) } \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2x-2y} = \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2(x-y)} = \frac{2x^2 - (x+y)(x-y)}{2(x-y)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - x^2 + y^2}{2(x-y)^2} = \frac{x^2 + y^2}{2(x-y)^2};$$

$$\text{г) } \frac{b}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{b^2-ab} = \frac{b^2 - (b-a)(b+a)}{b(b-a)^2} = \frac{b^2 - b^2 + a^2}{b(b-a)^2} = \frac{a^2}{b(b-a)^2}.$$

№ 96.

$$\text{a) } \frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{16a}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab} = \frac{2a+b}{a(2a-b)} - \frac{16a}{(2a-b)(2a+b)} -$$

$$- \frac{2a-b}{a(2a+b)} = \frac{(2a+b)^2 - 16a^2 - (2a-b)^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{2b \cdot 4a - 16a^2}{a(2a+b)(2a-b)} =$$

$$= \frac{8ab - 16a^2}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8a(2a-b)}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8}{2a+b};$$

$$\text{б) } \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{a^2-9} + \frac{1}{(a+3)^2} = \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)^2} =$$

$$= \frac{a^2 + 6a + 9 - 2(a-3)(a+3) + a^2 - 6a + 9}{(a-3)^2(a+3)^2} = \frac{2a^2 + 18 - 2a^2 + 18}{(a-3)^2(a+3)^2} =$$

$$= \frac{36}{(a-3)^2(a+3)^2};$$

$$\begin{aligned} \text{В)} \quad & \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{6x}{x^3-8} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{1}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \\ & + \frac{1}{x-2} = \frac{(x-2)(x-2) - 6x + x^2 + 2x + 4}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2x^2 - 8x + 8}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \\ & = \frac{2(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2(x-2)}{x^2+2x+4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Г)} \quad & \frac{2a^2+7a+3}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{3}{a-1} = \\ & = \frac{2a^2+7a+3 - (a-1)(1-2a) - 3(a^2+a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \\ & = \frac{2a^2+7a+3 - a + 2a^2 + 1 - 2a - 3a^2 - 3a - 3}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)} = \\ & = \frac{1}{a-1}. \end{aligned}$$

№ 97.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} - \frac{2a}{16b^2-a^2} = \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} + \frac{2a}{(a-4b)(a+4b)} = \\ & = \frac{a+4b - a + 4b + 2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{8b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{2}{a-4b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{1}{2b-2a} + \frac{1}{2b+2a} + \frac{a^2}{a^2b-b^3} = \frac{1}{2(b-a)} + \frac{1}{2(b+a)} + \frac{a^2}{b(a^2-b^2)} = \\ & = \frac{b(b+a) + b(b-a) - 2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{b^2 + ab + b^2 - ab - 2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{2(b^2 - a^2)}{2b(b-a)(b+a)} = \\ & = \frac{2(b-a)(b+a)}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{1}{b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{В)} \quad & \frac{1}{2x-b} + \frac{6bx}{b^3-8x^3} = \frac{6bx}{(b-2x)(b^2+2bx+4x^2)} + \frac{1}{2x-b} = \\ & = \frac{b^2+2bx+4x^2-6bx}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{b^2-4bx+4x^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{(2x-b)^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{2x-b}{b^2+2bx+4x^2};$$

$$\text{г) } \frac{2y^2+16}{y^3+8} - \frac{2}{y+2} = \frac{2y^2+16}{(y+2)(y^2-2y+4)} - \frac{2}{y+2} =$$

$$= \frac{2y^2+16-2(y^2-2y+4)}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4y+8}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4}{y^2-2y+4}.$$

№ 98.

$$\text{а) } \frac{3}{a^2-3a} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3}{a(a-3)} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3+a^3}{a(a-3)};$$

$$a+3 + \frac{9a+3}{a^2-3a} = \frac{a+3}{1} + \frac{9a+3}{a(a-3)} = \frac{a(a-3)(a+3)+9a+3}{a(a-3)} =$$

$$= \frac{a^3-9a+9a+3}{a(a-3)} = \frac{a^3+3}{a(a-3)}; \text{ т.е. выражения тождественно равны.}$$

$$\text{б) } \frac{a^3}{a^2-4} - \frac{a}{a-2} - \frac{2}{a+2} = \frac{a^3-a(a+2)-2(a-2)}{a^2-4} = \frac{a^3-a^2-4a+4}{a^2-4} =$$

$$= \frac{(a-1)(a^2-4)}{a^2-4} = a-1. \text{ т.е. выражения тождественно равны.}$$

№ 99.

$$\text{а) } \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{x^2-4} + 2x = \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{(x-2)(x+2)} + 2x =$$

$$= \frac{(x^3+3x)(x-2) - (3x^2-14x+16) + 2x(x^2-4)}{(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{x^4-2x^3+3x^2-6x-3x^2+14x-16+2x^3-8x}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^4-16}{x^2-4} =$$

$$= x^2+4 > 0 \text{ при всех значениях } x;$$

$$\text{б) } y + \frac{2y^2+3y+1}{y^2-1} - \frac{y^3+2y}{y-1} = \frac{y}{1} + \frac{2y^2+3y+1}{(y-1)(y+1)} - \frac{y^3+2y}{y-1} =$$

$$= \frac{y(y-1)(y+1) + 2y^2+3y+1 - (y+1)(y^3+2y)}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= \frac{y^3 - y + 2y^2 + 3y + 1 - y^4 - 2y^2 - y^3 - 2y}{(y-1)(y+1)} = \frac{1-y^4}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= -\frac{(1-y^2)(1+y^2)}{1-y^2} = -(1+y^2) < 0 \text{ при всех значениях } y.$$

№ 100.

Исходя из условия задачи получаем, что скорость катера по течению реки $(v+5)$ км/ч, против течения $(v-5)$ км/ч; получаем что

$\left(\frac{s}{v+5}\right)$ ч – время в пути от А до В; $\left(\frac{s}{v-5}\right)$ ч – время в пути от В до

А; тогда $\left(\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5}\right)$ ч – общее время в пути от А до В и обрат-

но. Получаем выражение:

$$\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5} = \frac{s(v-5) + s(v+5)}{(v+5)(v-5)} = \frac{sv - 5s + sv + 5s}{(v-5)(v+5)} = \frac{2sv}{v^2 - 25}.$$

Подставим $s=50$, $v=25$:

$$\text{а) } t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 25}{25^2 - 25} = \frac{2500}{625 - 25} = \frac{2500}{600} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6} \text{ (ч)} = 4 \text{ ч } 10 \text{ мин};$$

Ответ: 4 ч 10 мин;

Подставим $s=105$, $v=40$:

$$\text{б) } t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 105 \cdot 40}{40^2 - 25} = \frac{8400}{1600 - 25} = \frac{8400}{1575} = 5\frac{1}{3} \text{ (ч)} = 5 \text{ ч } 20 \text{ мин};$$

Ответ: 5 ч 20 мин.

№ 101.

$s = vt$; $t = \frac{s}{v}$. Для удобства представим данные задачи в виде таб-

лицы:

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
По шоссе	s	v	$\frac{s}{v}$
По проселочной дороге	$2s$	$v-2$	$\frac{2s}{v-2}$

$$t_{\text{общ}} = \frac{s}{v} + \frac{2s}{v-2} = \frac{s(v-2) + 2sv}{v(v-2)} = \frac{sv - 2s + 2sv}{v(v-2)} = \frac{3sv - 2s}{v(v-2)} = \frac{s(3v-2)}{v-(v-2)};$$

если $s = 10$, $v = 6$, то

$$\frac{s(3v-2)}{v(v-2)} = \frac{10(3 \cdot 6 - 2)}{6(6-2)} = \frac{10 \cdot 16}{6 \cdot 4} = \frac{10 \cdot 2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ (ч)} = 6 \text{ ч } 40 \text{ мин.}$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№ 102.

$$\frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(2x^2 + 2x) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{2x(x+1) - (x+1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(x+1)(2x-1)}{4x^2 - 3x + 2};$$

а) при $x = \frac{1}{2}$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль;

б) при $x = -1$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль.

Ответ: а) 0; б) 0.

№ 103.

I. $y = \frac{2x-5}{3};$

1) при $x = -2$; $y = \frac{2 \cdot (-2) - 5}{3} = \frac{-4 - 5}{3} = -\frac{9}{3} = -3;$

2) при $x = 0$; $y = \frac{2 \cdot 0 - 5}{3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3};$

3) при $x = 16$; $y = \frac{2 \cdot 16 - 5}{3} = \frac{32 - 5}{3} = \frac{27}{3} = 9;$

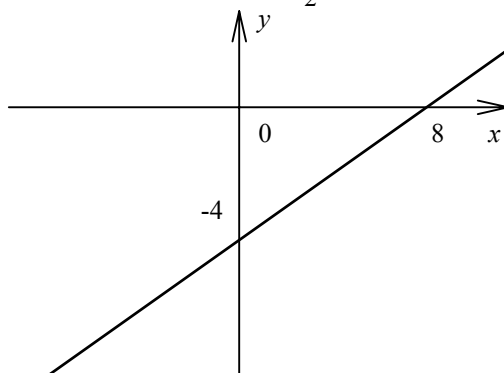
II. 1) подставим $y = 3$; $3 = \frac{2x-5}{3}$; $3 \cdot 3 = 2x-5$; $2x = 14$; $x = 7$;

2) подставим $y = 0$; $0 = \frac{2x-5}{3}$; $2x-5 = 0$; $x = \frac{5}{2}$; $x = 2,5$;

3) подставим $y = -9$; $-9 = \frac{2x-5}{3}$; $2x-5 = -27$; $2x = -22$; $x = -11$.

№ 104.

На рисунке – график функции $y = \frac{1}{2}x - 4$.

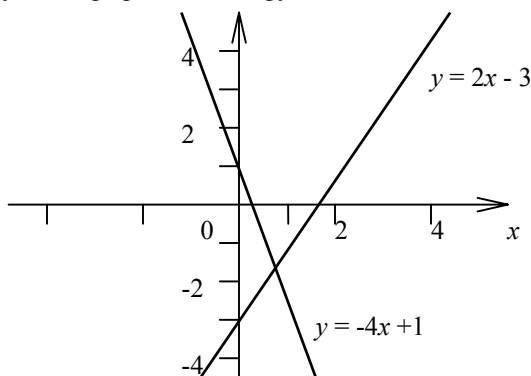


а) При $x = 6, y = -1$; при $x = -6, y = -7$;

б) при $y = -2, x = 4$; при $y = 0, x = 8$.

№ 105.

На рисунке – график данных функций.



Пусть А – их точка пересечения.

1) Из рисунка видно, что $A \approx (0,7; -1,7)$.

2) Найдем координаты точки А из уравнения:

$$-4x + 1 = 2x - 3; 2x - 3 + 4x - 1 = 0; 6x - 4 = 0; 6x = 4; x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$y = 2 \cdot \frac{2}{3} - 3 = \frac{4}{3} - 3 = -1\frac{2}{3}.$$

Окончательно: $A(\frac{2}{3}; -1\frac{2}{3})$.

№ 106.

Для удобства запишем данные задачи в виде таблицы:

Ямы	Заложили, т	Взяли, т	Осталось, т
I	90	$3x$	$90-3x$
II	75	x	$75-x$

Исходя из того, что в первой яме осталось силоса в 2 раза меньше, чем во второй, запишем уравнение: $2(90-3x)=75-x$;
 $75-x+6x-180=0$; $5x=105$; $x=21$, $3x=63$.

Ответ. Из первой ямы взяли 63 т силоса.

№ 107.

Пусть дана формула:

а) $v = \frac{s}{t}$, тогда $s = vt$; $t = \frac{s}{v}$.

Пусть дана формула:

б) $p = \frac{m}{v}$, тогда $v = \frac{m}{p}$.

§ 3. Произведение и частное дробей

5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень

№ 108.

а) $\frac{5}{3a} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{10b}{9a}$;

б) $\frac{5a}{8y} \cdot \frac{7}{10} = \frac{5a \cdot 7}{8y \cdot 10} = \frac{7a}{16y}$;

в) $\frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3x \cdot 1}{4x} = \frac{3}{4}$;

$$\begin{aligned}\text{г)} \quad & \frac{9}{2a} \cdot \frac{5a}{3} = \frac{9 \cdot 5a}{2a \cdot 3} = \frac{15}{2} = 7,5; \\ \text{д)} \quad & \frac{b^2}{10} \cdot \frac{5}{b} = \frac{5b^2}{10b} = \frac{b}{2}; \\ \text{е)} \quad & \frac{18}{c^4} \cdot \frac{c^3}{24} = \frac{18c^3}{24c^4} = \frac{3}{4c}; \\ \text{ж)} \quad & \frac{12x^5}{25} \cdot \frac{15}{8x^2} = \frac{12x^5 \cdot 15}{25 \cdot 8x^2} = \frac{9x^3}{10} = 0,9x^3; \\ \text{з)} \quad & \frac{3}{4a^3} \cdot \frac{16a^2}{9} = \frac{3 \cdot 16a^2}{4a^3 \cdot 9} = \frac{4}{3a}.\end{aligned}$$

№ 109.

$$\begin{aligned}\text{а)} \quad & \frac{3x}{4y} \cdot \frac{10}{3x^2} = \frac{10 \cdot 3x}{4y \cdot 3x^2} = \frac{5}{2xy} = \frac{2,5}{xy}; \\ \text{б)} \quad & \frac{2,5}{2a^2} \cdot \frac{4a^3}{5b^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a^3}{2a^2 \cdot 5b^2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \frac{a^3}{a^2 \cdot 5b^2} = \frac{10a^3}{10a^2b^2} = \frac{a}{b^2}; \\ \text{в)} \quad & \frac{m^2}{16} \cdot \frac{24}{mn} = \frac{24m^2}{16mn} = \frac{3m}{16mn} = \frac{3m}{2n} = \frac{1,5m}{n}; \\ \text{г)} \quad & \frac{1}{9x^3} \cdot \frac{3x}{2a^2} = \frac{3x}{9x^3 \cdot 2a^2} = \frac{1}{3x^2 \cdot 2a^2} = \frac{1}{6a^2x^2}; \\ \text{д)} \quad & \frac{7a^3}{24b} \cdot 8b^2 = \frac{7a^3 \cdot 8b^2}{24b \cdot 1} = \frac{7}{3} a^3 b; \\ \text{е)} \quad & 14ab \cdot \frac{1}{21b^3} = \frac{14ab}{21b^3} = \frac{2a}{3b^2} = \frac{2}{3} \frac{a}{b^2}.\end{aligned}$$

№ 110.

$$\begin{aligned}\text{а)} \quad & \frac{12}{5x} \cdot \frac{x^3}{12a} = \frac{12x^3}{5x \cdot 12a} = \frac{x^2}{5a}; \\ \text{б)} \quad & \frac{8c^2}{15m} \cdot \frac{1}{4c^2} = \frac{8c^2}{15m \cdot 4c^2} = \frac{2}{15m}; \\ \text{в)} \quad & \frac{11a^4}{6} \cdot \frac{12b}{a^5} = \frac{11a^4 \cdot 12b}{6 \cdot a^5} = \frac{22b}{a}; \\ \text{г)} \quad & \frac{4n^2}{3m^2} \cdot \frac{9m}{2} = \frac{4n^2 \cdot 9m}{3m^2 \cdot 2} = \frac{6n^2}{m}.\end{aligned}$$

№ 111.

$$\text{a)} \quad 15x^2 \cdot \frac{7}{6x^3} = \frac{15x^2 \cdot 7}{6x^3} = \frac{35}{2x} = \frac{17,5}{x};$$

$$\text{б)} \quad \frac{25}{16y^2} \cdot 2y^3 = \frac{25 \cdot 2y^3}{16y^2} = \frac{25}{8}y;$$

$$\text{в)} \quad 6am^2 \cdot \frac{4a}{3m^3} = \frac{6am^2 \cdot 4a}{3m^3} = \frac{8a^2}{m};$$

$$\text{г)} \quad \frac{2b}{5a^3} \cdot 10a^2 = \frac{2b \cdot 10a^2}{5a^3} = \frac{4b}{a}.$$

№ 112.

$$\text{a)} \quad \frac{48x^5}{49y^4} \cdot \frac{7y^2}{16x^3} = \frac{48x^5 \cdot 7y^2}{49y^4 \cdot 16x^3} = \frac{3x^2}{7y^2};$$

$$\text{б)} \quad \frac{18m^3}{11n^3} \cdot \frac{22n^4}{9m^2} = \frac{18m^3 \cdot 22n^4}{11n^3 \cdot 9m^2} = 4mn;$$

$$\text{в)} \quad -\frac{15p^4}{8q^6} \cdot \frac{16q^5}{25p^3} = \frac{15p^4 \cdot 16q^5}{8q^6 \cdot 25p^3} = -\frac{6p}{5q};$$

$$\text{г)} \quad \frac{72x^4}{25y^5} \cdot \left(-\frac{2,5y^4}{27x^5} \right) = -\frac{72x^4 \cdot 2,5y^4}{25y^5 \cdot 27x^5} = -\frac{8 \cdot 25y^4}{3x \cdot 250y^5} = -\frac{8}{30xy} = -\frac{4}{15xy};$$

$$\text{д)} \quad -\frac{35ax^2}{12b^2y} \cdot \frac{8ab}{21xy} = \frac{35ax^2 \cdot 8ab}{12b^2y \cdot 21xy} = -\frac{10a^2x}{9by^2};$$

$$\text{е)} \quad -\frac{25x^3y^3}{14a^2b} \cdot \left(-\frac{21ab}{10x^2y^2} \right) = \frac{25x^3y^3 \cdot 21ab}{14a^2b \cdot 10x^2y^2} = \frac{15xy}{4a}.$$

№ 113.

$$\text{a)} \quad \frac{14a^2b}{3x^3} \cdot \frac{8x^2}{21a^2b} = \frac{14a^2b \cdot 8x^2}{3x^3 \cdot 21a^2b} = \frac{16}{9x};$$

$$\text{б)} \quad \frac{9a^2}{25x^2y} \cdot \frac{5ax}{6y} = \frac{9a^2 \cdot 5ax}{25x^2y \cdot 6y} = \frac{3a^3}{10xy^2};$$

$$\text{в)} \quad -\frac{10x^2y^2}{9a^2} \cdot \frac{27a^3}{5xy} = -\frac{6a^3x^2y^2}{a^2xy} = -6axy;$$

$$\text{r)} \frac{2m^3}{35a^3b^2} \cdot \left(-\frac{7a^2b}{6m^3} \right) = -\frac{2m^3 \cdot 7a^2b}{35a^3b^2 \cdot 6m^3} = -\frac{1}{15ab};$$

$$\text{д)} \frac{13x}{12mn^2} \cdot 4m^2n = \frac{13x \cdot 4m^2n}{12mn^2} = \frac{13mx}{3n};$$

$$\text{е)} -ab \cdot \left(-\frac{11x^2}{3a^2b^2} \right) = \frac{11abx^2}{3a^2b^2} = \frac{11x^2}{3ab}.$$

№ 114.

$$\text{а)} \frac{2a^2b}{3xy} \cdot \frac{3x^2y}{4ab^2} \cdot \frac{6ax}{15b^2} = \frac{2a^2b \cdot 3x^2y \cdot 6ax}{3xy \cdot 4ab^2 \cdot 15b^2} = \frac{a^2x^2}{5b^3};$$

$$\text{б)} \frac{6m^3n^2}{35p^3} \cdot \frac{49n^4}{m^5p^3} \cdot \frac{5m^4p^2}{42n^6} = \frac{6 \cdot 49 \cdot 5m^3m^4n^2n^4p^2}{35 \cdot 42m^5n^6p^3p^3} = \frac{m^2}{p^4}.$$

№ 115.

$$\text{а)} \left(\frac{x}{2y} \right)^3 = \frac{x^3}{8y^3};$$

$$\text{б)} \left(\frac{3a}{c} \right)^4 = \frac{81a^4}{c^4};$$

$$\text{в)} \left(\frac{n^2}{10m} \right)^3 = \frac{n^6}{1000m^3};$$

$$\text{г)} \left(\frac{9a^3}{2b^2} \right)^2 = \frac{81a^6}{4b^4}.$$

№ 116.

$$\text{а)} \left(\frac{2a}{p^2q^3} \right)^4 = \frac{2^4a^4}{p^8q^{12}} = \frac{16a^4}{p^8q^{12}};$$

$$\text{б)} \left(\frac{3a^2b^3}{s^4} \right)^2 = \frac{9a^4b^6}{s^8};$$

$$\text{в)} \left(-\frac{2a^2b}{3mn^3} \right)^2 = \frac{4a^4b^2}{9m^2n^6};$$

$$\text{г)} \left(-\frac{3x^2}{2y^3} \right)^3 = -\frac{27x^6}{8y^9};$$

№ 117.

$$\text{а)} \left(\frac{x^3}{y^2} \right)^2 = \frac{x^6}{y^4};$$

$$\text{б)} \left(\frac{2a^2}{b^3} \right)^3 = \frac{8a^6}{b^9};$$

$$\text{в)} \left(\frac{5a^3}{3b^2} \right)^4 = \frac{625a^{12}}{81b^8};$$

$$\text{г)} \left(\frac{2x^2}{3y^3} \right)^5 = \frac{32x^{10}}{243y^{15}};$$

$$\text{д)} \left(\frac{x^2y^4}{4m^3} \right)^5 = \frac{x^{10}y^{20}}{1024m^{15}};$$

$$\text{е)} \left(\frac{3a^2}{b^2c} \right)^4 = \frac{81a^8}{b^8c^4};$$

$$\text{ж)} \left(-\frac{10m^2}{n^2p} \right)^3 = -\frac{1000m^6}{n^6p^3};$$

$$\text{з)} \left(-\frac{b^3c^2}{8a^3} \right)^2 = \frac{b^6c^4}{64a^6}.$$

№ 118.

$$\text{а)} \frac{x^2 - xy}{y} \cdot \frac{y^2}{x} = \frac{x(x-y)y^2}{yx} = (x-y)y;$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{3a}{b^2} \cdot \frac{ab+b^2}{9} = \frac{3ab(a+b)}{9b^2} = \frac{(a+b)a}{3b}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{m-n}{mn} \cdot \frac{2mn}{mn-m^2} = \frac{(m-n)2mn}{m(n-m)mn} = -\frac{2}{m}; \\
 \text{г)} \quad & \frac{4ab}{cx+dx} \cdot \frac{ax+bx}{2ab} = \frac{4abx(a+b)}{2abx(c+d)} = \frac{2(a+b)}{c+d}; \\
 \text{д)} \quad & \frac{ma-mb}{3n^2} \cdot \frac{2m}{nb-na} = \frac{(ma-mb)2m}{(nb-na)3n^2} = \frac{2m \cdot m(a-b)}{3n^2 n(b-a)} = -\frac{2m^2}{3n^3}; \\
 \text{е)} \quad & \frac{ax-ay}{5x^2y^2} \cdot \left(-\frac{5xy}{by-bx} \right) = -\frac{5xy(ax-ay)}{5x^2y^2(by-bx)} = -\frac{a(x-y)}{xyb(y-x)} = \\
 & = \frac{a(x-y)}{bxy(x-y)} = \frac{a}{bxy}.
 \end{aligned}$$

№ 119.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & (3a-15b) \cdot \frac{8}{a^2-25b^2} = \frac{8 \cdot 3(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{24}{a+5b}; \\
 \text{б)} \quad & (x^2-4) \cdot \frac{2x}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)}{x+2}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{y}{3y^2-12} \cdot (y^2-4y+4) = \frac{y(y-2)^2}{3(y^2-4)} = \frac{y(y-2)^2}{3(y-2)(y+2)} = \frac{y(y-2)}{3(y+2)}; \\
 \text{г)} \quad & \frac{2ab}{a^2-6ab+9b^2} (a^2-9b^2) = \frac{2ab(a-3b)(a+3b)}{(a-3b)^2} = \frac{2ab(a+3b)}{a-3b}.
 \end{aligned}$$

№ 120.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{kx+k^2}{x^2} \cdot \frac{x}{x+k} = \frac{xk(x+k)}{x^2(x+k)} = \frac{k}{x}; \\
 \text{б)} \quad & \frac{ax+ay}{xy^2} \cdot \frac{x^2y}{3x+3y} = \frac{ax(x+y)}{3y(x+y)} = \frac{ax}{3y}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{xy}{a^2+a^3} \cdot \frac{a+a^2}{x^2y^2} = \frac{xy(a+a^2)}{x^2y^2(a^2+a^3)} = \frac{a(1+a)}{a^2xy(1+a)} = \frac{1}{axy}; \\
 \text{г)} \quad & \frac{6a}{x^2-x} \cdot \frac{2x-2}{3ax} = \frac{6a \cdot (2x-2)}{3ax(x^2-x)} = \frac{2 \cdot 6(x-1)}{3x^2(x-1)} = \frac{4}{x^2}.
 \end{aligned}$$

№ 121.

$$\text{a)} \frac{x^2 - y^2}{2xy} \cdot \frac{2x}{x + y} = \frac{2x(x^2 - y^2)}{2xy(x + y)} = \frac{2x(x - y)(x + y)}{2xy(x + y)} = \frac{x - y}{y};$$

$$\text{б)} \frac{4x^2}{x^2 - 9} \cdot \frac{3a - ax}{4x} = \frac{4x^2(3a - ax)}{4x(x^2 - 9)} = \frac{ax(3 - x)}{(x - 3)(x + 3)} = -\frac{ax}{x + 3};$$

$$\text{в)} \frac{y^2 - 16}{10xy} \cdot \frac{5y}{3y + 12} = \frac{5y(y^2 - 16)}{10xy(3y + 12)} = \frac{5y(y - 4)(y + 4)}{10xy(3y + 12)} = \frac{(y - 4)(y + 4)}{2 \cdot 3x(y + 4)} =$$

$$= \frac{y - 4}{6x};$$

$$\text{г)} \frac{b - a}{a} \cdot \frac{3ab}{a^2 - b^2} = \frac{3ab(b - a)}{a(a - b)(a + b)} = -\frac{3b}{a + b}.$$

№ 122.

$$\text{a)} \frac{a^2 - 1}{a - b} \cdot \frac{7a - 7b}{a^2 + a} = \frac{(a^2 - 1)(7a - 7b)}{(a - b)(a^2 + a)} = \frac{7(a - b)(a^2 - 1)}{(a - b)(a^2 + a)} =$$

$$= \frac{7(a - 1)(a + 1)(a - b)}{a(a + 1)(a - b)} = \frac{7(a - 1)}{a};$$

$$\text{б)} \frac{b^2 + 2bc}{b + 3} \cdot \frac{5b + 15}{b^2 - 4c^2} = \frac{(b^2 + 2bc)(5b + 15)}{(b + 3)(b^2 - 4c^2)} = \frac{5b(b + 2c)(b + 3)}{(b + 3)(b^2 - 4c^2)} =$$

$$= \frac{5b(b + 2c)(b + 3)}{(b - 2c)(b + 2c)(b + 3)} = \frac{5b}{b - 2c};$$

$$\text{в)} \frac{(x + 3)^2}{2x - 4} \cdot \frac{x^2 - 4}{3x + 9} = \frac{(x + 3)^2(x - 2)(x + 2)}{2(x - 2) \cdot 3(x + 3)} = \frac{(x + 3)(x + 2)}{6};$$

$$\text{г)} \frac{(y - 5)^2}{2y + 12} \cdot \frac{y^2 - 36}{2y - 10} = \frac{(y - 5)^2(y^2 - 36)}{(2y + 12)(2y - 10)} = \frac{(y - 5)^2(y^2 - 36)}{2(y + 6) \cdot 2(y - 5)} =$$

$$\frac{(y - 5)^2(y - 6)(y + 6)}{2(y + 6) \cdot 2(y - 5)} = \frac{(y - 5)(y - 6)}{4}.$$

№ 123.

$$\text{a)} \frac{(5mn - m)(16m^2 - n^2)}{(4m + n)(5n - 1)} = \frac{m(5n - 1)(4m - n)(4m + n)}{(5n - 1)(4m + n)} = m(4m - n);$$

Найдем значение этого выражения при $m = \frac{1}{4}; n = -3$:

$$m(4m - n) = \frac{1}{4} \left(4 \cdot \frac{1}{4} + 3 \right) = \frac{1}{4} (1 + 3) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1;$$

$$\text{б)} \frac{(x+2)^2(2x+6)}{(3x+9)(x^2-4)} = \frac{2(x+2)^2(x+3)}{3(x+3)(x-2)(x+2)} = \frac{2(x+2)}{3(x-2)};$$

Найдем значение этого выражения при $x = 0,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(0,5+2)}{3(0,5-2)} = \frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot (-1,5)} = -\frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot 1,5} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9};$$

Найдем значение этого выражения при $x = -1,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(-1,5+2)}{3(-1,5-2)} = \frac{2 \cdot 0,5}{3 \cdot (-3,5)} = \frac{1}{-10,5} = -\frac{2}{21}.$$

Ответ: а) 1; б) $-1\frac{1}{9}; -\frac{2}{21}$.

№ 124.

$$\text{а)} \frac{x^2 - 1}{5xy} \cdot \frac{x^2 y}{1 + x} = \frac{x^2 y(x-1)(x+1)}{5xy(1+x)} = \frac{x(x-1)}{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \frac{8n^2}{m^2 - 16} \cdot \frac{m^2 - 4m}{6n} &= \frac{8n^2(m^2 - 4m)}{6n(m^2 - 16)} = \frac{8mn(m-4)}{6(m^2 - 16)} = \frac{4nm(m-4)}{3(m-4)(m+4)} = \\ &= \frac{4nm}{3(m+4)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \frac{a^2 - b^2}{a^2 - 3a} \cdot \frac{2a - 6}{(a+b)^2} &= \frac{(2a-6)(a^2 - b^2)}{(a^2 - 3a)(a+b)^2} = \frac{2(a-3)(a-b)(a+b)}{a(a-3)(a+b)(a+b)} = \\ &= \frac{2(a-b)}{a(a+b)}; \end{aligned}$$

$$\text{г)} \frac{bx + 3b}{x^2 - 25} \cdot \frac{(x-5)^2}{ax + 3a} = \frac{(bx + 3b)(x-5)(x-5)}{(x-5)(x+5)(ax + 3a)} = \frac{b(x+3)(x-5)}{a(x+5)(x+3)} = \frac{b(x-5)}{a(x+5)}.$$

№ 125.

а)

$$\frac{mx^2 - my^2}{2m + 8} \cdot \frac{3m + 12}{my + mx} = \frac{(mx^2 - my^2)(3m + 12)}{(2m + 8)(my + mx)} = \frac{3(mx^2 - my^2)(m + 4)}{(2m + 8)(my + mx)} =$$

$$= \frac{3m(x^2 - y^2)(m+4)}{2m(m+4)(y+x)} = \frac{3(x-y)(x+y)(m+4)}{2(m+4)(x+y)} = \frac{3(x-y)}{2};$$

$$\text{б)} \frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^2-xy}{7x+7y} = \frac{(ax+ay)(x^2-xy)}{(x^2-2xy+y^2)(7x+7y)} =$$

$$= \frac{ax(x+y)(x-y)}{7(x-y)^2(x+y)} = \frac{ax(x-y)}{7(x-y)^2} = \frac{ax}{7(x-y)};$$

$$\text{в)} \frac{x^3-y^3}{x+y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} = \frac{(x^3-y^3)(x^2-y^2)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} =$$

$$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)(x+y)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} = (x-y)^2;$$

$$\text{г)} \frac{a^2-1}{a^3+1} \cdot \frac{a^2-a+1}{a^2+2a+1} = \frac{(a^2-1)(a^2-a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)(a^2+2a+1)} =$$

$$= \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)^3} = \frac{a-1}{(a+1)^2};$$

$$\text{д)} \frac{b^3-8}{b^2-9} \cdot \frac{b+3}{b^2+2b+4} = \frac{(b-2)(b^2+2b+4)(b+3)}{(b-3)(b+3)(b^2+2b+4)} = \frac{b-2}{b+3};$$

$$\text{е)} \frac{c^2+6c+9}{c^3+27} \cdot \frac{c^2-3c+9}{3c+9} = \frac{(c+3)^2(c^2-3c+9)}{3(c+3)(c^2-3c+9)(c+3)} = \frac{1}{3}.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№ 126.

$$\text{а)} \frac{x^2-10x+25}{3x+12} \cdot \frac{x^2-16}{2x-10} = \frac{(x-5)^2 \cdot (x^2-16)}{(3x+12) \cdot 2(x-5)} = \frac{(x-5)(x-4)(x+4)}{6(x+4)} =$$

$$= \frac{(x-4)(x-5)}{6};$$

$$\text{б)} \frac{1-a^2}{4a+8b} \cdot \frac{a^2+4ab+4b^2}{3-3a} = \frac{(1-a)(1+a) \cdot (a+2b)^2}{4 \cdot (a+2b) \cdot (1-a) \cdot 3} = \frac{(1+a)(a+2b)}{12};$$

$$\text{в)} \frac{y^2-25}{y^2+12y+36} \cdot \frac{3y+18}{2y+10} = \frac{(y-5)(y+5) \cdot 3 \cdot (y+6)}{(y+6)^2 \cdot 2 \cdot (y+5)} = \frac{3(y-5)}{2(y+6)};$$

$$\text{г)} \frac{b^3+8}{18b^2+27b} \cdot \frac{2b+3}{b^2-2b+4} = \frac{(b+2)(b^2-2b+4) \cdot (2b+3)}{9b(2b+3)(b^2-2b+4)} = \frac{b+2}{9b}.$$

№ 127.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{2a+3c}{2a+c} - \frac{2b-3a}{3a+b} - \frac{2c(3a+b)}{6a^2+2ab+3ac+bc} = \\
 & = \frac{2a+3c}{2a+c} - \frac{2b-3a}{3a+b} - \frac{2c(3a+b)}{2a(3a+b)+c(3a+b)} = \\
 & = \frac{2a+3c}{2a+c} - \frac{2b-3a}{3a+b} - \frac{2c(3a+b)}{(3a+b)(2a+c)} = \\
 & = \frac{(3a+b)(2a+3c) - (2a+c)(2b-3a) - 2c(3a+b)}{(3a+b)(2a+c)} = \\
 & = \frac{6a^2+9ac+2ab+3bc-4ab+6a^2-2bc+3ac-6ac-2bc}{(3a+b)(2a+c)} = \\
 & = \frac{12a^2+6ac-2ab-bc}{(3a+b)(2a+c)} = \frac{6a(2a+c)-b(2a+c)}{(3a+b)(2a+c)} = \frac{(2a+c)(6a-b)}{(3a+b)(2a+c)} = \\
 & = \frac{6a-b}{3a+b}; \\
 \text{б)} \quad & \frac{a^2-4ac+3bc}{a^2-ab+bc-ac} + \frac{a+3b}{b-a} + \frac{a+2c}{a-c} = \\
 & = \frac{a^2-4ac+3bc}{a(a-b)-c(a-b)} - \frac{a+3b}{a-b} + \frac{a+2c}{a-c} = \\
 & = \frac{a^2-4ac+3bc}{(a-b)(a-c)} - \frac{a+3b}{a-b} + \frac{a+2c}{a-c} = \\
 & = \frac{a^2-4ac+3bc-(a-c)(a+3b)+(a-b)(a+2c)}{(a-b)(a-c)} = \\
 & = \frac{a^2-4ac+3bc-a^2-3ab+ac+3bc+a^2+2ac-ab-2bc}{(a-b)(a-c)} = \\
 & = \frac{a^2-ac+4bc-4ab}{(a-b)(a-c)} = \frac{a(a-c)-4b(a-c)}{(a-b)(a-c)} = \frac{(a-c)(a-4b)}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-4b}{a-b}.
 \end{aligned}$$

№ 128.

Первые 30 км велосипедист проехал за $\frac{30}{v}$ ч; на втором этапе пути

его скорость была - $(v + 2)$ км/ч, значит он проехал его за $\frac{17}{v + 2}$ ч.

Тогда всего ему потребовалось:

$$\frac{30}{v} + \frac{17}{v + 2} = \frac{30(v + 2) + 17v}{v(v + 2)} = \frac{47v + 60}{v(v + 2)}.$$

а) Подставим $v = 15$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v + 60}{v(v + 2)} = \frac{47 \cdot 15 + 60}{15(15 + 2)} = \frac{705 + 60}{15 \cdot 17} = \frac{765}{255} = 3 \text{ (ч)};$$

б) Подставим $v = 18$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v + 60}{v(v + 2)} = \frac{47 \cdot 18 + 60}{18(18 + 2)} = \frac{846 + 60}{18 \cdot 20} = \frac{906}{360} \text{ (ч)} = 2 \text{ ч } 31 \text{ мин.}$$

№ 129.

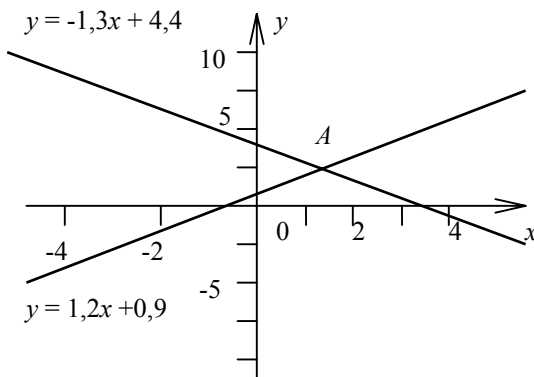
На рисунке изображены графики данных функций.

Найдем координаты точки пересечения:

I. А (1,5;2,6) – из рисунка.

II. Найдем координаты точки пересечения графиков данных функций из уравнения:

$$1,2x + 0,9 = -1,3x + 4,4;$$



$$1,2x + 1,3x = 4,4 - 0,9;$$

$$2,5x = 3,5; x = 3,5 : 2,5; x = 1,4.$$

$$\text{Тогда } y = 1,2 \cdot 1,4 + 0,9;$$

$$y = 1,68 + 0,9; y = 2,58; \text{ т.е. } A(1,4; 2,58).$$

Абсолютная погрешность приближенного значения абсциссы равна $|1,4 - 1,5| = |-0,1| = 0,1$; абсолютная погрешность приближенного значения ординаты равна $|2,58 - 2,6| = |-0,02| = 0,02$.

№ 130.

$$\text{а) } 3x + b = a; 3x = a - b; x = \frac{a - b}{3};$$

$$\text{б) } b - 7x = a - b; 7x = 2b - a; x = \frac{2b - a}{7};$$

$$\text{в) } \frac{x}{a} + 1 = b; \frac{x}{a} = b - 1; x = a(b - 1) = ab - a;$$

$$\text{г) } b - \frac{x}{10} = a; 10b - x = 10a; x = 10b - 10a = 10(b - a).$$

6. Деление дробей

№ 131.

$$\text{а) } \frac{5m}{6n} \div \frac{15m^2}{8} = \frac{5m \cdot 8}{6n \cdot 15m^2} = \frac{40m}{90m^2n} = \frac{4m}{9m^2n} = \frac{4}{9mn};$$

$$\text{б) } \frac{14}{9x^3} \div \frac{7x}{2y^2} = \frac{14 \cdot 2y^2}{9x^3 \cdot 7x} = \frac{14 \cdot 2y^2}{7 \cdot 9x^4} = \frac{4y^2}{9x^4};$$

$$\text{в) } \frac{a^2}{12b} \div \frac{ab}{36} = \frac{36a^2}{12b \cdot ab} = \frac{3a}{b^2};$$

$$\text{г) } \frac{3x}{10a^3} \div \frac{1}{5a^2} = \frac{3x \cdot 5a^2}{10a^3} = \frac{15xa^2}{10a^3} = \frac{3x}{2a};$$

$$\text{д) } \frac{11x}{4y^2} \div (22x^2) = \frac{11x}{4y^2} \div \frac{22x^2}{1} = \frac{11x \cdot 1}{4y^2 \cdot 22x^2} = \frac{1}{8xy^2};$$

$$\text{е) } 27a^3 \div \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3}{1} \div \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3 \cdot 7b^2}{18a^4} = \frac{21b^2}{2a};$$

$$\text{ж) } \frac{18c^4}{7d} \div (9c^2d) = \frac{18c^4}{7d} \div \frac{9c^2d}{1} = \frac{18c^4}{7d \cdot 9c^2d} = \frac{2c^2}{7d^2};$$

$$\text{з) } 35x^5y \div \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y}{1} \div \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y \cdot 34}{7x^3} = 170x^2y.$$

№ 132.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{6x^2}{5y} \div \frac{3x}{10y^3} = \frac{6x^2 \cdot 10y^3}{3x \cdot 5y} = \frac{4x^2 y^3}{xy} = 4xy^2; \\
 \text{б)} \quad & \frac{8c}{21d^2} \div \frac{6c^2}{7d} = \frac{8c \cdot 7d}{21d^2 \cdot 6c^2} = \frac{4}{9cd}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{12p^2}{7d^2} \div \frac{6p^3}{35d^2} = \frac{12p^2 \cdot 35d^2}{7d^4 \cdot 6p^3} = \frac{10}{pd^2}; \\
 \text{г)} \quad & -\frac{9y^2}{20x^3} \div \frac{y^5}{16x} = -\frac{9y^2 \cdot 16x}{20x^3 y^5} = -\frac{36 \cdot 4xy^2}{4 \cdot 5x^3 y^5} = -\frac{36}{5x^2 y^3}; \\
 \text{д)} \quad & \frac{3ab}{4xy} \div \left(-\frac{21a^2 b}{10x^2 y} \right) = -\frac{3ab \cdot 10x^2 y}{21a^2 b \cdot 4xy} = -\frac{5x}{14a}; \\
 \text{е)} \quad & -\frac{18a^2 b^2}{5cd} \div \left(-\frac{9ab^3}{5c^2 d^4} \right) = \frac{18a^2 b^2 \cdot 5c^2 d^4}{5cd \cdot 9ab^3} = \frac{2acd^3}{b}.
 \end{aligned}$$

№ 133.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{6x^2}{m^3 n} : \frac{x}{3mn^2} = \frac{6x^2 \cdot 3mn^2}{xm^3 n} = \frac{18x^2 mn^2}{xm^3 n} = \frac{18xn}{m^2}; \\
 \text{б)} \quad & \frac{35x^2 y}{12ab} : \frac{7xy}{8ab^2} = \frac{35x^2 y \cdot 8ab^2}{12ab \cdot 7xy} = \frac{10ab^2 x^2 y}{3abxy} = \frac{10bx}{3}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{a^2 b^3}{11mn^2} : \left(-\frac{4ab^3}{33mn} \right) = \frac{a^2 b^3 \cdot 33mn}{11mn^2 \cdot 4ab^3} = -\frac{3a^2 b^3 mn}{4ab^3 mn^2} = -\frac{3a}{4n}; \\
 \text{г)} \quad & -\frac{6xy^2}{5ab} : \left(\frac{9x^2 y^2}{10ab} \right) = -\frac{6xy^2 \cdot 10ab}{5ab \cdot 9x^2 y^2} = -\frac{4}{3x}; \\
 \text{д)} \quad & \frac{8mx^2}{3y^3} : (4m^2 x) = \frac{8mx^2}{3y^3} : \frac{4m^2 x}{1} = \frac{8mx^2 \cdot 1}{3y^3 \cdot 4m^2 x} = \frac{2x}{3my^3}; \\
 \text{е)} \quad & 15a^2 bx : \frac{a^3 b^2}{30x^2} = \frac{15a^2 bx}{1} : \frac{a^3 b^2}{30x^2} = \frac{15a^2 bx \cdot 30x^2}{a^3 b^2} = \frac{450x^3}{ab}.
 \end{aligned}$$

№ 134.

$$\text{a)} \quad \frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} : \frac{5y}{3x} = \frac{3x^2 \cdot 2y^2 \cdot 5y}{5y^3 \cdot 9x^3 \cdot 3x} = \frac{2}{9x^3};$$

$$\begin{aligned}\text{б)} \quad & \frac{7p^4}{10q^3} \cdot \frac{5q}{14p^2} \cdot \frac{3p}{4q^4} = \frac{7p^4 \cdot 5q \cdot 4q^4}{10q^3 \cdot 14p^2 \cdot 3p} = \frac{pq^2}{3}; \\ \text{в)} \quad & \frac{2ab}{3c^2d} \cdot \frac{2cd^2}{9ab} \cdot \frac{a^2b}{c^3d} = \frac{2ab \cdot 9ab \cdot c^3d}{3c^2d \cdot 2cd^2 \cdot a^2b} = \frac{3a^2b^2c^3d}{a^2bc^3d^3} = \frac{3b}{d^2}; \\ \text{г)} \quad & \frac{8x^2y}{7ab^2} \cdot \frac{4xy^2}{7a^2b} \cdot \frac{2x^2y}{ab} = \frac{8x^2y \cdot 7a^2b \cdot ab}{7ab^2 \cdot 4xy^2 \cdot 2x^2y} = \frac{a^3b^2x^2y}{ab^2x^3y^3} = \frac{a^2}{xy^2}.\end{aligned}$$

№ 135.

$$\begin{aligned}\text{а)} \quad & \frac{11m^4}{6n^2} \cdot \frac{5m}{6n^3} \cdot \frac{11n^3}{12m^3} = \frac{11m^4 \cdot 5m \cdot 12m^3}{6n^2 \cdot 6n^3 \cdot 11n^3} = \frac{10m^8}{6n^8} = \frac{5m^8}{3n^8}; \\ \text{б)} \quad & \frac{8x^3}{7y^3} \cdot \frac{4x^4}{49y^2} \cdot \frac{7x}{y^2} = \frac{8x^3 \cdot 49y^2 \cdot y^2}{7y^3 \cdot 4x^4 \cdot 7x} = \frac{2y}{x^2}; \\ \text{в)} \quad & \frac{4c^3d^2}{9a^3x^3} \cdot \frac{2cd^2}{3a^2x} \cdot \frac{2cd}{3a^2x^2} = \frac{4c^3d^2 \cdot 3a^2x \cdot 3a^2x^2}{9a^3x^3 \cdot 2cd^2 \cdot 2cd} = \frac{ac}{d}; \\ \text{г)} \quad & \frac{2ax}{yz} \cdot \frac{3bx}{ay} \cdot \frac{9b^2z}{8a^2xy} = \frac{2ax \cdot ay \cdot 9b^2z}{yz \cdot 3bx \cdot 8a^2xy} = \frac{3a^2xyb^2z}{4a^2x^2y^2bz} = \frac{3b}{4xy}.\end{aligned}$$

№ 136.

$$\begin{aligned}\text{а)} \quad & \frac{m^2 - 3m}{8x^2} \cdot \frac{3m}{8x} = \frac{m(m-3) \cdot 8x}{3m \cdot 8x^2} = \frac{m-3}{3x}; \\ \text{б)} \quad & \frac{5a^2}{6b^3} \cdot \frac{a^3}{ab-b^2} = \frac{5 \cdot b(a-b)}{6ab^3} = \frac{5(a-b)}{6ab^2}; \\ \text{в)} \quad & \frac{x^2 + x^3}{11a^2} \cdot \frac{4+4x}{a^3} = \frac{a^3(x^2+x^3)}{11a^2(4+4x)} = \frac{ax^2(1+x)}{11 \cdot 4(1+x)} = \frac{ax^2}{44}; \\ \text{г)} \quad & \frac{6ax}{m^2 - 2m} \cdot \frac{8ax}{3m-6} = \frac{6ax(3m-6)}{8ax(m^2-2m)} = \frac{3 \cdot 3(m-2)}{4m(m-2)} = \frac{9}{4m}; \\ \text{д)} \quad & \frac{a^2 - 3ab}{3b} : (7a - 21b) = \frac{a(a-3b)}{3 \cdot 7b(a-3b)} = \frac{a}{21b}; \\ \text{е)} \quad & (x^2 - 4y^2) : \frac{5x-10y}{x} = \frac{(x^2 - 4y^2)}{1} : \frac{5x-10y}{x} = \\ & = \frac{(x-2y)(x+2y)x}{5(x-2y)} = \frac{x(x+2y)}{5};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ж)} \quad (2a-b)^2 : \frac{4a^3 - ab^2}{3} &= \frac{(2a-b)^2}{1} : \frac{4a^3 - ab^2}{3} = \frac{3(2a-b)^2}{a(4a^2 - b^2)} = \\
 &= \frac{3(2a-b)^2}{a(2a-b)(2a+b)} = \frac{3(2a-b)}{a(2a+b)}; \\
 3) \quad (10m-15n) : \frac{(2m-3n)^2}{2m} &= \frac{(10m-15n)}{1} : \frac{(2m-3n)^2}{2m} = \\
 &= \frac{5(2m-3n)2m}{(2m-3n)(2m-3n)} = \frac{10m}{(2m-3n)}.
 \end{aligned}$$

№ 137.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad \frac{x^2 - 4y^2}{xy} : \frac{x^2 - 2xy}{3y} &= \frac{(x^2 - 4y^2)3y}{(x^2 - 2xy)xy} = \frac{3y(x-2y)(x+2y)}{yx^2(x-2y)} = \\
 &= \frac{3(x+2y)}{x^2}; \\
 \text{б)} \quad \frac{ab^2}{a^2 - 1} : \frac{5b}{a - a^2} &= \frac{a \cdot ab^2(1-a)}{5b(a-1)(a+1)} = -\frac{a^2b^2(a-1)}{5b(a-1)(a+1)} = -\frac{a^2b}{5(a+1)}; \\
 \text{в)} \quad \frac{a^2 - 3a}{a^2 - 25} : \frac{a^2 - 9}{a^2 + 5a} &= \frac{(a^2 - 3a)(a^2 + 5a)}{(a^2 - 2)(a^2 - 9)} = \\
 &= \frac{a \cdot a(a-3)(a+5)}{(a-5)(a+5)(a-3)(a+3)} = \frac{a^2}{(a-5)(a+3)}; \\
 \text{г)} \quad \frac{3m^2 - 3n^2}{m^2 + mp} : \frac{6m - 6n}{p + m} &= \frac{(3m^2 - 3n^2)(p+m)}{(m^2 + mp)(6m - 6n)} = \\
 &= \frac{3(m-n)(m+n)(m+p)}{3 \cdot 2m(m+p)(m-n)} = \frac{m+n}{2m}; \\
 \text{д)} \quad (x+3y) : (x^2 - 9y^2) &= \frac{(x+3y)}{1} : \frac{(x^2 - 9y^2)}{1} = \\
 &= \frac{x+3y}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{1}{x-3y}; \\
 \text{е)} \quad (a^2 - 6ab + 9b^2) : (a^2 - 9b^2) &= \frac{(a-3b)^2}{1} : \frac{(a^2 - 9b^2)}{1} = \\
 &= \frac{(a-3b)^2}{a^2 - 9b^2} = \frac{(a-3b)^2}{(a-3b)(a+3b)} = \frac{a-3b}{a+3b}.
 \end{aligned}$$

№ 138.

$$\text{a)} \frac{x^2 - xy}{9y^2} : \frac{2x}{3y} = \frac{x(x-y)3y}{2x \cdot 9y^2} = \frac{x-y}{6y};$$

$$\text{б)} \frac{2a^3 - a^2b}{36b^2} : \frac{2a-b}{9b^3} = \frac{(2a^3 - a^2b)9b^3}{36b^2(2a-b)} = \frac{a^2(2a-b)b}{4(2a-b)} = \frac{a^2b}{4};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} (m^2 - 16n^2) : \frac{3m+12n}{mn} &= \frac{(m^2 - 16n^2)}{1} : \frac{3m+12n}{mn} = \\ &= \frac{mn(m-4n)(m+4n)}{3(m+4n)} = \frac{mn(m-4n)}{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} (x^2 - 25y^2) : (x^2 + 10xy + 25y^2) &= \frac{x^2 - 25y^2}{x^2 + 10xy + 25y^2} = \\ &= \frac{(x-5y)(x+5y)}{(x+5y)^2} = \frac{x-5y}{x+5y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \frac{c^2 + 4c}{c^2 - 4} : \frac{3c+12}{c-2} &= \frac{(c^2 + 4c)(c-2)}{(c^2 - 4)(3c+12)} = \\ &= \frac{c(c+4)(c-2)}{3(c+4)(c-2)(c+2)} = \frac{c}{3(c+2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \frac{9p^2 - 1}{pq - 2q} : \frac{1-3p}{3p-6} &= \frac{(9p^2 - 1)(3p-6)}{(pq - 2q)(1-3p)} = \frac{3(9p^2 - 1)(p-2)}{q(p-2)(1-3p)} = \\ &= \frac{3(3p-1)(3p+1)(p-2)}{-q(p-2)(3p-1)} = -\frac{3(3p+1)}{q}. \end{aligned}$$

№ 139.

$$\text{а)} \frac{4x^2 - 4x}{x+3} : \frac{(2x-2)}{1} = \frac{4x^2 - 4x}{(2x-2)(x+3)} = \frac{4x(x-1)}{2(x-1)(x+3)} = \frac{2x}{x+3};$$

$$\text{подставим } x = 2,5, \text{ получим: } \frac{2x}{x+3} = \frac{2 \cdot 2,5}{2,5+3} = \frac{5}{5,5} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11};$$

$$\text{подставим } x = -1, \text{ получим: } \frac{2x}{x+3} = \frac{2 \cdot (-1)}{-1+3} = \frac{-2}{2} = -1.$$

$$\text{б)} \frac{(3a+6b)}{1} : \frac{2a^2 - 8b^2}{a+b} = \frac{(3a+6b)(a+b)}{2a^2 - 8b^2} = \frac{3(a+2b)(a+b)}{2(a^2 - 4b^2)} =$$

$$= \frac{3(a+2b)(a+b)}{2(a-2b)(a+2b)} = \frac{3(a+b)}{2(a-2b)};$$

подставим $a = 26$, получим:

$$\frac{3(a+b)}{2(a-2b)} = \frac{3(26-12)}{2(26-2(-12))} = \frac{3 \cdot 14}{2(26+24)} = \frac{42}{2 \cdot 50} = \frac{42}{100} = 0,42.$$

Ответ: а) $\frac{10}{11}$; -1; б) 0,42.

№ 140.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{3x+6y}{x^2-y^2} : \frac{5x+10y}{x^2-2xy+y^2} &= \frac{(3x+6y)(x^2-2xy+y^2)}{(x^2-y^2)(5x+10y)} = \\ &= \frac{3(x+2y)(x-y)^2}{5(x-y)(x+y)(x+2y)} = \frac{3(x-y)}{5(x+y)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{a^2+4a+4}{16-b^4} : \frac{4-a^2}{4+b^2} &= \frac{(a+2)^2(4+b)^2}{(4-b^2)(4+b^2)(2-a)(2+a)} = \\ &= \frac{a+2}{(4-b^2)(2-a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{a^2+ax+x^2}{ax+2ay} : \frac{a^3-x^3}{bx+2by} &= \frac{b(a^2+ax+x^2)(x+2y)}{a(x+2y)(a-x)(a^2+ax+x^2)} = \\ &= \frac{b}{a(a-x)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{4m^2-25n^2}{m^3+8} : \frac{2m+5n}{m^2-2m+4} &= \frac{(4m^2-25n^2)(m^2-2m+4)}{(m^3+8)(2m+5n)} = \\ &= \frac{(2m+5n)(2m-5n)(m^2-2m+4)}{(m+2)(m^2-2m+4)(2m+5n)} = \frac{2m-5n}{m+2}. \end{aligned}$$

№ 141.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{m^2+6m+9}{2x^2y} : \frac{am+3a}{4xy} &= \frac{(m^2+6m+9)4xy}{(am+3a)2x^2y} = \\ &= \frac{(m+3)^2 4xy}{a(m+3)2x^2y} = \frac{2(m+3)}{ax}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad \frac{ab^3}{7-7p} : \frac{a^2b^2}{1-2p+p^2} &= \frac{ab^3(1-2p+p^2)}{(7-7p)a^2b^2} = \frac{b^2(1-p)^2}{7(1-p)ab} = \\
 &= \frac{b(1-p)}{7a}; \\
 \text{в)} \quad \frac{a^2+ax+x^2}{x-1} : \frac{a^3-x^3}{x^2-1} &= \frac{(a^2+ax+x^2)(x^2-1)}{(x-1)(a^3-x^3)} = \\
 &= \frac{(x-1)(x+1)(a^2+ax+x^2)}{(x-1)(a-x)(a^2+ax+x^2)} = \frac{x+1}{a-x}; \\
 \text{г)} \quad \frac{ap^2-9a}{p^3-8} : \frac{p+3}{2p-4} &= \frac{(ap^2-9a)(2p-4)}{(p^3-8)(p+3)} = \frac{a(p^2-9)(2p-4)}{(p^3-8)(p+3)} = \\
 &= \frac{2a(p-3)(p+3)(p-2)}{(p-2)(p^2+2p+4)(p+3)} = \frac{2a(p-3)}{p^2+2p+4}.
 \end{aligned}$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№ 142.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad \frac{2b}{2b+3} + \frac{5}{3-2b} - \frac{4b^2+9}{4b^2-9} &= \frac{2b}{2b+3} - \frac{5}{2b-3} - \frac{4b^2+9}{(2b-3)(2b+3)} = \\
 &= \frac{2b(2b-3) - 5(2b+3) - (4b^2+9)}{(2b-3)(2b+3)} = \frac{4b^2-6b-10b-15-4b^2-9}{(2b-3)(2b+3)} = \\
 &= -\frac{8(2b+3)}{(2b-3)(2b+3)} = -\frac{8}{2b-3} = -\frac{8}{3-2b}; \\
 \text{б)} \quad \frac{c+6b}{ac+2bc-6ab-3a^2} + \frac{2b}{a^2+2ab} - \frac{b}{ac-3a^2} &= \\
 &= \frac{c+6b}{c(a+2b)-3a(2b+a)} + \frac{2b}{a(a+2b)} - \frac{b}{a(c-3a)} = \\
 &= \frac{c+6b}{(a+2b)(c-3a)} + \frac{2b}{a(a+2b)} - \frac{b}{a(c-3a)} = \\
 &= \frac{a(c+6b) + 2b(c-3a) - b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
 &= \frac{ac+6ba+2bc-6ab-ab-2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{ac+2bc-ab-2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{c(a+2b) - b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{(a+2b)(c-b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{c-b}{a(c-3a)}.$$

№ 143.

Пусть x км/ч – скорость течения реки, тогда $(10 - x)$ км/ч – скорость лодки против течения; $45 \text{ мин} = \frac{3}{4} \text{ ч}$; за $\frac{3}{4} \text{ ч}$ лодка прошла - $\frac{3}{4}(10 - x)$ км; $(3 - x)$ км – лодка прошла обратно до пристани после того, как испортился мотор. Получаем уравнение:

$$\frac{3}{4}(10 - x) = 3x; \frac{30}{4} - \frac{3}{4}x = 3x; \frac{30}{4} = \frac{15}{4}x; x = \frac{30}{4} : \frac{15}{4} = 2.$$

Ответ: 2 км/ч.

№ 144.

Из условия задачи:

$$\text{а) } 2cy = ab; c = \frac{ab}{2y};$$

Из условия задачи:

$$\text{б) } 2cy = ab; a = \frac{2cy}{b}.$$

№ 145.

Из условия задачи:

$$\text{а) } \frac{bc + ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc + ac = ab;$$

$$c(a + b) = ab; c = \frac{ab}{a + b};$$

Из условия задачи:

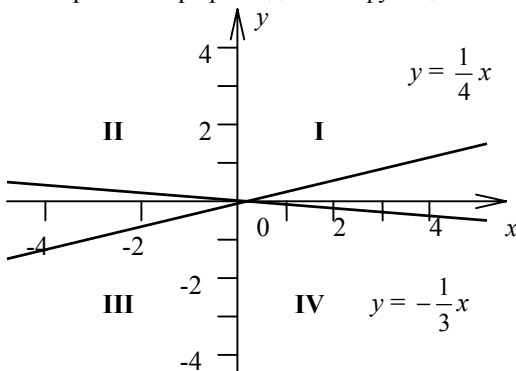
$$\text{б) } \frac{bc + ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc + ac = ab;$$

$$bc - ab = -ac; b(c - a) = -ac;$$

$$b = -\frac{ac}{c - a}; b = \frac{ac}{a - c}.$$

№ 146.

На рисунке изображены графики данных функций.



При $k > 0$ график в I и III четвертях;

При $k < 0$ график во II и IV четвертях.

7. Преобразование рациональных выражений

№ 147.

$$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) &= \frac{x^2 - y^2}{xy^2} : \frac{x+y}{xy} = \\ &= \frac{(x+y)(x-y)xy}{(x+y)xy^2} = \frac{x-y}{y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \left(\frac{a}{m^2} + \frac{a^2}{m^3} \right) : \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{m}{a} \right) &= \frac{am + a^2}{m^3} : \frac{m^2 + am}{a^2} = \\ &= \frac{a^2(am + a^2)}{m^3(m^2 + am)} = \frac{a^2 \cdot a(m+a)}{m^3 \cdot m(m+a)} = \frac{a^3}{m^4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{ab+b^2}{3} : \frac{b^3}{3a} + \frac{a+b}{b} &= \frac{3a(ab+b^2)}{3b^3} + \frac{a+b}{b} = \\ &= \frac{ab(a+b)}{b^3} + \frac{a+b}{b} = \frac{a^2 + ab + ab + b^2}{b^2} = \frac{(a+b)^2}{b^2}; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{x-y}{x} - \frac{5y}{x^2} : \frac{x^2-xy}{5y} = \frac{x-y}{x} - \frac{5y(x^2-xy)}{5x^2y} =$$

$$= \frac{x-y}{x} - \frac{5yx(x-y)}{5x^2y} = \frac{x-y}{x} - \frac{x-y}{x} = 0.$$

№ 148.

$$\text{a) } \left(\frac{x}{x+1} + 1 \right) \cdot \frac{1+x}{2x-1} = \frac{(2x+1)(x+1)}{(x+1)(2x-1)} = \frac{2x+1}{2x-1};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(1 - \frac{1}{1-y} \right) &= \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(\frac{1-y-1}{1-y} \right) = \\ &= -\frac{5y^2(1-y)}{y(1-y^2)} = -\frac{5y(1-y)}{(-y)(1+y)} = -\frac{5y}{1+y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \left(\frac{4a}{2-a} - a \right) : \frac{a+2}{a-2} &= \left[\frac{4a - a(2-a)}{2-a} \right] : \frac{a+2}{a-2} = \\ &= \frac{4a - 2a + a^2}{2-a} : \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a^2 + 2a)(a-2)}{(2-a)(a+2)} = -a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x} \right) &= \frac{x-2}{x-3} \cdot \left[\frac{x(2-x) + x}{2-x} \right] = \frac{(x-2)(2x - x^2 + x)}{(x-3)(2-x)} = \\ &= \frac{-(x-2)(x^2 - 3x)}{-(x-3)(x-2)} = \frac{x(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-2)} = x. \end{aligned}$$

№ 149.

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5} &= \\ &= \frac{(2m+1)^2 - (2m-1)^2}{(2m-1)(2m+1)} : \frac{4m}{10m-5} = \\ &= \frac{(4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 4m - 1)(10m-5)}{(2m-1)(2m+1) \cdot 4m} = \\ &= \frac{8m(10m-5)}{4m(2m-1)(2m+1)} = \frac{10}{2m+1}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} \right) = \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x^2+6x+9+x^2-6x+9}{(x-3)(x+3)} \right) =$$

$$= \frac{(x+3)(2x^2+18)}{(x^2+3)(x-3)(x+3)} = \frac{2(x^2+9)}{(x-3)(x^2+3)}.$$

№ 150.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{a^2-9}{2a^2+1} : \left(\frac{6a+1}{a-3} + \frac{6a-1}{a+3} \right) = \\ & = \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a^2+18a+a+3+6a^2-18a-a+3}{(a-3)(a+3)} \right) = \\ & = \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{12a^2+6}{(a-3)(a+3)} \right) = \frac{6(a-3)(a+3)(2a^2+1)}{(2a^2+1)(a-3)(a+3)} = 6; \\ \text{б)} \quad & \left(\frac{5x+y}{x-5y} + \frac{5x-y}{x+5y} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\ & = \frac{(5x+y)(x+5y) + (x-5y)(5x-y)}{(x-5y)(x+5y)} : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\ & = \frac{(5x^2+25xy+xy+5y^2+5x^2-xy-25xy+5y^2)(x^2-25y^2)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = \\ & = \frac{10(x^2+y^2)(x-5y)(x+5y)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = 10. \end{aligned}$$

№ 151.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \left(\frac{a}{b^2-ab} + \frac{b}{a^2-ab} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \left(\frac{a}{b(b-a)} + \frac{b}{a(a-b)} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \\ & = \frac{a^2-b^2}{ab(b-a)} \cdot \frac{ab}{b-a} = \frac{(a-b)(a+b)ab}{ab(b-a)(b-a)} = \frac{ab(a-b)(a+b)}{ab(a-b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}; \\ \text{б)} \quad & \left(\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} \right) : \frac{x^2-y^2}{8xy} = \\ & = \left(\frac{x}{y(x-y)} - \frac{y}{x(x-y)} \right) : \frac{x^2-y^2}{8xy} = \\ & = \frac{(x^2-y^2)8xy}{(x^2-y^2)xy(x-y)} = \frac{8}{x-y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} \quad & \left(\frac{4p-8}{p^3-2p^2} - \frac{q+2}{q^3+2q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \\
 & = \left(\frac{4(p-2)}{p^2(p-2)} - \frac{q+2}{q^2(q+2)} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \left(\frac{4}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \\
 & = \frac{4q^2-p^2}{p^2q^2} \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{(2q-p)(2q+p)}{(2q-p)pq^2} = \frac{2q+p}{pq^2}; \\
 \text{r)} \quad & \left(\frac{a-7b}{ab-b^2} + \frac{7a+b}{a^2-ab} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \left(\frac{a-7b}{b(a-b)} + \frac{7a+b}{a(a-b)} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \frac{a(a-7b)+b(7a+b)}{ab(a-b)} : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \frac{(a^2-7ab+7ab+b^2)(a-b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)} = \frac{1}{ab}.
 \end{aligned}$$

№ 152.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2+5a} - \frac{a+5}{a^2-3a} = \frac{(a-5)(a+5)}{a(a+5)(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \\
 & = \frac{a-5}{a(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \frac{(a-3)(a-5) - (a+3)(a+5)}{a(a+3)(a-3)} = \\
 & = \frac{a^2-5a-3a+15-a^2-5a-3a-15}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16a}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16}{9-a^2}; \\
 \text{б)} \quad & \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2+3x}{4x^2-1} : \frac{3+x}{4x+2} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{(x^2+3x)(4x+2)}{(4x^2-1)(3+x)} = \\
 & = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x(x+3)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)(x+3)} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x}{2x-1} = \\
 & = \frac{-(2x-1)(2x-1)+2x(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)} = \\
 & = \frac{-4x^2+4x-1+4x^2+2x}{4x^2-1} = \frac{6x-1}{4x^2-1}; \\
 \text{B)} \quad & \frac{b-c}{a+b} - \frac{ab-b^2}{a^2-ac} : \frac{a^2-c^2}{a^2-b^2} = \frac{b-c}{a+b} - \frac{b(a-b)(a-c)(a+c)}{a(a-c)(a-b)(a+b)} = \\
 & = \frac{b-c}{a+b} - \frac{b(a+c)}{a(a+b)} = \frac{a(b-c)-b(a+c)}{a(a+b)} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{ab - ac - ab - bc}{a(a+b)} = \frac{-c(a+b)}{a(a+b)} = -\frac{c}{a}; \\
\text{г)} \quad &\frac{a^2 - 4}{x^2 - 9} : \frac{a^2 - 2a}{xy + 3y} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{a^2 - 4}{x^2 - 9} : \frac{a(a-2)}{y(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \\
&= \frac{y(a^2 - 4)(x+3)}{a(a-2)(x-3)(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a-2)(a+2)}{a(a-2)(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \\
&= \frac{y(a+2)}{a(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a+2) + a(2-y)}{a(x-3)} = \frac{ay + 2y + 2a - ay}{a(x-3)} = \\
&= \frac{2y + 2a}{a(x-3)} = \frac{2(a+y)}{a(x-3)}.
\end{aligned}$$

№ 153.

$$\begin{aligned}
\text{а)} \quad &\left(2x + 1 - \frac{1}{1-2x}\right) : \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1}\right) = \\
&= \left(\frac{2x+1}{1} + \frac{1}{2x-1}\right) : \left(\frac{2x}{1} - \frac{4x^2}{2x-1}\right) = \\
&= \frac{(2x-1)(2x+1)+1}{2x-1} : \frac{2x(2x-1)-4x^2}{2x-1} = \\
&= \frac{4x^2 - 1 + 1}{2x-1} : \frac{4x^2 - 2x - 4x^2}{2x-1} = \\
&= \frac{-4x^2(2x-1)}{2x(2x-1)} = -2x; \\
\text{б)} \quad &\left(\frac{pq}{p^2 - q^2} + \frac{q}{q-p}\right) : \left(p - q + \frac{4q^2 - p^2}{p+q}\right) = \\
&= \left(\frac{pq}{(p-q)(p+q)} - \frac{q}{p-q}\right) : \left(\frac{p-q}{1} + \frac{4q^2 - p^2}{p+q}\right) = \\
&= \frac{pq - q(p+q)}{(p-q)(p+q)} : \frac{(p+q)(p-q) + 4q^2 - p^2}{p+q} = \\
&= \frac{(pq - pq - q^2)}{(p-q)(p^2 - q^2 + 4q^2 - p^2)} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{-q^2}{(p-q)3q^2} = \frac{1}{3(q-p)};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (a^2 + 2a + 1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} \right) &= \\ (a+1)^2 \left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{(a+1)(a-1)} - \frac{1}{a-1} \right) &= \\ = (a+1)^2 \frac{a-1+1-a-1}{(a+1)(a-1)} = -\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a+1}{a-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \left(1 - \frac{9x^2+4}{12x} \right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2} \right) + 1 &= \\ = \left(\frac{12x-9x^2-4}{12x} : \frac{2-3x}{6x} \right) + 1 &= \\ = \frac{-6(9x^2-12x+4)}{12x(2-3x)} + 1 = \frac{(3x-2)^2}{2(3x-2)} + 1 &= \\ \frac{3x-2}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 1 + 1 = \frac{3x}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } 1 - \left(\frac{2}{a-2} - \frac{2}{a+2} \right) \cdot \left(a - \frac{3a+2}{4} \right) &= \\ = 1 - \left(\frac{2(a+2)-2(a-2)}{(a-2)(a+2)} \right) \cdot \left(\frac{4a-3a-2}{4} \right) &= \\ = 1 - \left(\frac{2a+4-2a+4}{(a-2)(a+2)} \right) \cdot \frac{a-2}{4} = 1 - \frac{8(a-2)}{4(a-2)(a+2)} &= \\ = 1 - \frac{2}{a+2} = \frac{a+2-2}{a+2} = \frac{a}{a+2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } (y^2 - 4) \cdot \left(\frac{3}{y+2} - \frac{2}{y-2} \right) + 5 &= \\ = (y-2)(y+2) \cdot \left(\frac{3y-6-2y-4}{(y+2)(y-2)} \right) + 5 &= \\ = y-10+5 = y-5. \end{aligned}$$

№ 154.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x-y} \right) \cdot \left(x - \frac{x^2 + y^2}{x+y} \right) = \left(\frac{x-y+2y}{y(x-y)} \right) \cdot \left(\frac{x(x+y) - x^2 - y^2}{x+y} \right) = \\ & = \left(\frac{x+y}{y(x-y)} \right) \cdot \left(\frac{x^2 + xy - x^2 - y^2}{x+y} \right) = \frac{(xy - y^2)}{y(x-y)} = \frac{y(x-y)}{y(x-y)} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \left(a+b - \frac{2ab}{a+b} \right) : \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a} \right) = \\ & = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{a+b} : \frac{a(a-b) + b(a+b)}{a(a+b)} = \\ & = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{a+b} : \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{a(a+b)} = \\ & = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{(a^2 + b^2)(a+b)} = a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 \right) = (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{x+1 - x+1 + x^2 - 1}{(x-1)(x+1)} \right) = \\ & = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x-1)(x+1)} = x^2 + 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \left(m+1 - \frac{1}{1-m} \right) \div \left(m - \frac{m^2}{m-1} \right) = \frac{(m+1)(1-m) - 1}{1-m} \div \frac{m(m-1) - m^2}{m-1} = \\ & = \frac{-(m+1)(m-1) - 1}{-(m-1)} \div \frac{m^2 - m - m^2}{m-1} = - \frac{(-m^2 + 1 - 1)(m-1)}{m(m-1)} = \\ & = - \frac{m^2(m-1)}{m(m-1)} = -m. \end{aligned}$$

№ 155.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{4xy}{y^2 - x^2} \div \left(\frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{x^2 + 2xy + y^2} \right) = \\ & = \frac{4xy}{y^2 - x^2} \div \left(\frac{1}{(y-x)(y+x)} + \frac{1}{(x+y)^2} \right) = \\ & = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} \div \frac{x+y+y-x}{(y-x)(y+x)^2} = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} \div \frac{2y}{(y-x)(y+x)^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{4xy(y-x)(y+x)^2}{(y-x)(y+x)2y} = 2x(y+x);$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} \div \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} &= \\ &= \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(2y-x)^2}{(x-2y)(x+2y)(x+2y)} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\ &= \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(x-2y)}{(x+2y)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\ &= \left(\frac{(x+2y)(x-2y) - x(x-2y)}{x(x+2y)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\ &= \frac{x^2-4y^2-x^2+2xy}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \frac{-2y(2y-x)(x+2y)^2}{4y^2x(x+2y)^2} = \\ &= \frac{(x-2y)(x+2y)^2}{2yx(x+2y)^2} = \frac{x-2y}{2xy}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) \div \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right) &= \\ &= \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{(a+n)^2} \right) \div \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{(a-n)(a+n)} \right) = \\ &= \left(\frac{a^2(a+n)-a^3}{(a+n)^2} \right) \div \left(\frac{a^2-an-a^2}{(a+n)(a-n)} \right) = \\ &= -\frac{a^2n(a+n)(a-n)}{an(a+n)^2} = \frac{a(n-a)}{a+n}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2} \right) \div \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a} \right) &= \\ &= \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{(2a+b)^2} \right) \div \left(\frac{2a}{(2a-b)(2a+b)} - \frac{1}{2a-b} \right) = \\ &= \frac{2a(2a+b)-4a^2}{(2a+b)^2} \cdot \frac{2a-2a-b}{(2a-b)(2a+b)} = \\ &= \frac{4a^2+2ab-4a^2}{(2a+b)^2} \cdot \frac{(-b)}{(2a-b)(2a+b)} = -\frac{2ab(2a-b)(2a+b)}{(2a+b)^2b} = \\ &= -\frac{2a(2a-b)}{2a+b} = \frac{2a(b-2a)}{2a+b}. \end{aligned}$$

№ 156.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4} - \frac{3}{x-2} = \\ & = \frac{3(x+2)(x-1)}{(x-1)^2(x-2)(x+2)} - \frac{3}{x-2} = \frac{3}{(x-1)(x-2)} - \frac{3}{x-2} = \\ & = \frac{3-3(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3-3x+3}{(x-1)(x-2)} = \frac{3(2-x)}{(x-1)(x-2)} = -\frac{3}{x-1} = \frac{3}{1-x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{a-2}{4a^2+16a+16} : \left(\frac{a}{2a-4} - \frac{a^2+4}{2a^2-8} - \frac{2}{a^2+2a} \right) = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \left(\frac{a}{2(a-2)} - \frac{a^2+4}{2(a-2)(a+2)} - \frac{2}{a(a+2)} \right) = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{a^2(a+2) - a(a^2+4) - 4(a-2)}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{a^3+2a^2-a^3-4a-4a+8}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{2a^2-8a+8}{2a(a-2)(a+2)} = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{2(a-2)^2}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a(a-2)(a-2)(a+2)}{(2a+4)^2(a-2)^2} = \frac{a(a+2)}{(2a+4)(2a+4)} = \frac{a}{4(a+2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \left(\frac{y^2-3y}{y^2-6y+9} - \frac{3y+9}{y^2-9} \right) : \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \\ & = \left(\frac{y^2-3y}{(y-3)^2} - \frac{3y+9}{(y-3)(y+3)} \right) : \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \\ & = \frac{y(y-3)(y+3) - 3(y+3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} : \left(\frac{y-3}{y} \right) = \\ & = \frac{(y+3)(y-3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y-3}{y}. \end{aligned}$$

№ 157.

$$\text{a)} \quad \left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a} =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{a-1}{3a+a^2-2a+1} - \frac{1-3a+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a} = \\
&= \frac{a^2-2a+1-a^2+3a-1-a^2-a-1}{(a-1)(a^2+a+1)} : \frac{a^2+1}{1-a} = \\
&= \frac{(-a^2-1)(1-a)}{(a-1)(a^2+a+1)(a^2+1)} = \frac{1}{a^2+a+1}; \\
\text{б)} &\left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right) = \\
&= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(\frac{x(x+1)-2x+1}{x+1} \right) = \\
&= \frac{x^2-x+1-3+3x+3}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2+x-2x+1}{x+1} = \\
&= \frac{x^2+2x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x+1} = \frac{(x+1)^2(x^2-x+1)}{(x+1)(x+1)(x^2-x+1)} = 1.
\end{aligned}$$

№ 158.

$$\begin{aligned}
\text{а)} \quad &\frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right) = \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{p^2-q^2}{qp} = \\
&= \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{(p-q)(p+q)}{qp} = \frac{2p-q}{pq} - \frac{(p-q)(p+q)}{pq(p+q)} = \\
&= \frac{2p-q}{pq} - \frac{p-q}{pq} = \frac{2p-q-p+q}{pq} = \frac{p}{pq} = \frac{1}{q}; \text{ что и требовалось дока-}
\end{aligned}$$

зать.

$$\begin{aligned}
\text{б)} \quad &\left(a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : (a-b) = \frac{a(a+b)-4ab+b(a+b)}{a+b} : (a-b) = \\
&= \frac{a^2+ab-4ab+ab+b^2}{a+b} : \frac{a-b}{1} = \frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)(a+b)} = \\
&= \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}; \\
&\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{a^2 - ab + ab + b^2 - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}; \text{ что и требовалось}$$

доказать.

$$\text{в)} \frac{1,2x^2 - xy}{0,36x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{6x+5y}; \frac{100(1,2x^2 - xy)}{100(0,36x^2 - 0,25y^2)} = \frac{20x}{6x+5y};$$

$$\frac{120x^2 - 100xy}{36x^2 - 25y^2} - \frac{20x}{6x+5y} = 0; \frac{120x^2 - 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} - \frac{20x}{6x+5y} = 0;$$

$$\frac{120x^2 - 100xy - 120x^2 + 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0; \frac{0}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0;$$

$0=0$, что и требовалось доказать.

№ 159.

$$\text{а)} \frac{a+b}{2(a-b)} - \frac{a-b}{2(a+b)} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2a \cdot 2b}{2(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{2ab}{(a-b)(a+b)};$$

$$= \frac{b}{a-b} - \frac{b^2 - ab}{a^2 - b^2} = \frac{b}{a-b} - \frac{b(b-a)}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{b}{a-b} + \frac{b(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{b}{a-b} + \frac{b}{a+b} =$$

$$= \frac{ab + b^2 + ab - b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)}; \text{ тождество доказано.}$$

$$\text{б)} \frac{4,5a + 4x}{0,81a^2 - 0,64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \frac{100(4,5a + 4x)}{100(0,81a^2 - 0,64x^2)} = \frac{50}{9a-8x};$$

$$\frac{100(4,5a + 4x)}{81a^2 - 64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \frac{100(4,5a + 4x)}{(9a-8x)(9a+8x)} - \frac{50}{9a-8x} = 0;$$

$$\frac{450a + 400x - 450a - 400x}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0; \frac{0}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0,0 = 0; \quad \text{тождество}$$

доказано.

№ 160.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & \left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \\
 & = \left(\frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \\
 & = \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a-b)(a+b)} \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \\
 & = \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2(a-b)(a+b)(a+b)} - \frac{b}{a-b} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1; \text{ что и требовалось}
 \end{aligned}$$

доказать.

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{y}{x-y} - \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2 - y^2} \right) = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} \right) = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)} = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x-y)^2(x+y)} = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x-y)(x+y)}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -\frac{x-y}{x-y} = -1, \text{ что и} \\
 & \text{требовалось доказать.}
 \end{aligned}$$

№ 161.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{a^3 - c^3} - \frac{c}{a^2 + ac + c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\
 & = \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{(a-c)(a^2 + ac + c^2)} - \frac{c}{a^2 + ac + c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\
 & = \frac{a^2 + ac + c^2 - 3c^2 - ac + c^2}{(a-c)(a^2 + ac + c^2)} \cdot \frac{ac + c^2 + a^2}{a+c} = \\
 & = \frac{(a^2 - c^2)(a^2 + ac + c^2)}{(a^2 + ac + c^2)(a-c)(a+c)} = 1, \text{ не зависит от } a \text{ и } c. \\
 \text{б) } & 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{a^3 - c^3} \cdot \frac{a^2 + ac + c^2}{a+c} \right) - \frac{3c^2}{a^2 - c^2} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c(a^2 + ac + c^2)}{(a-c)(a^2 + ac + c^2)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2 - c^2} = \\
&= 3a \left(\frac{a+c-c}{(a-c)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2 - c^2} = \frac{3a \cdot a}{(a-c)(a+c)} - \frac{3c^2}{a^2 - c^2} = \\
&= \frac{3a^2 - 3c^2}{a^2 - c^2} = 3 \text{ - не зависит от } a \text{ и } c.
\end{aligned}$$

№ 162.

$$\text{а) } \left(n + \frac{1}{n} \right)^2 = \left(\frac{n^2 + 1}{n} \right)^2 = \frac{n^2 + 2n^2 + 1}{n^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2 = \left(\frac{a^2 - b^2}{ab} \right)^2 = \frac{a^4 - 2a^2b^2 + b^4}{a^2b^2};$$

$$\begin{aligned}
\text{в) } \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2 + \left(\frac{x}{y} - 1 \right)^2 &= \left(\frac{x}{y} \right)^2 + 2 \frac{x}{y} + 1 + \left(\frac{x}{y} \right)^2 - 2 \frac{x}{y} + 1 = \\
&= 2 \frac{x^2}{y^2} + 2 = \frac{2(x^2 + y^2)}{y^2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{г) } \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right)^2 &= \left(\frac{p}{q} \right)^2 + 2 \frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} + \left(\frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} \right)^2 + \\
&+ 2 \frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} - \left(\frac{q}{p} \right)^2 = 2 + 2 = 4;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{д) } \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} \right)^2 - \left(\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} \right)^2 &= \\
&= \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} + \frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} \right) \cdot \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} \right) = \\
&= \frac{2(x+y)}{x} \cdot \frac{2(x-y)}{y} = \frac{4(x^2 - y^2)}{xy};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{е) } a^2 \left(\frac{a+b}{a} - 1 \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b}{b} + 1 \right)^2 &= \\
&= a^2 \left(\frac{a+b-a}{a} \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b+b}{b} \right)^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2} + \frac{b^2 a^2}{b^2} = b^2 + a^2.
\end{aligned}$$

№ 163.

$$\text{a)} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} \div \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1};$$

$$\text{б)} \frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1} = \frac{2a-b+b}{b} \div \frac{2a+b-b}{b} = \frac{2a}{b} \div \frac{2a}{b} = 1;$$

$$\text{в)} \frac{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}} = \frac{x^3 + y^3}{y^2 x^2} \div \frac{x^3 - y^3}{x^2 y^2} = \frac{(x^3 + y^3)x^2 y^2}{(x^3 - y^3)x^2 y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}} &= \frac{bc + ac + ab}{abc} \div \frac{c + a + b}{abc} = \\ &= \frac{(bc + ac + ab)abc}{abc(c + a + b)} = \frac{bc + ac + ab}{a + b + c}. \end{aligned}$$

№ 164.

$$\text{а)} \frac{2 - \frac{a}{x}}{2 + \frac{a}{x}} = \frac{2x - a}{x} \div \frac{2x + a}{x} = \frac{x(2x - a)}{x(2x + a)} = \frac{2x - a}{2x + a};$$

$$\text{б)} \frac{\frac{a-b}{c} + 3}{\frac{a+b}{c} - 1} = \frac{a-b+3c}{c} \div \frac{a+b-c}{c} = \frac{(a-b+3c)c}{(a+b-c)c} = \frac{a-b+3c}{a+b-c};$$

$$\text{в)} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{y+x}{xy} \div \frac{y-x}{xy} = \frac{xy(y+x)}{xy(y-x)} = \frac{y+x}{y-x};$$

$$\text{г)} \frac{\frac{x-y}{x} - \frac{y}{x}}{\frac{x-y}{x} - \frac{y}{x}} = \frac{x-y}{1} \div \frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{xy(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy}{x+y}.$$

№ 165.

а) Подставим $x = \frac{ab}{a+b}$ и получим:

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{x-b} &= \frac{\frac{ab}{a+b} - a}{\frac{ab}{a+b} - b} = \frac{ab - a^2 - ab}{a+b} \div \frac{ab - ab - b^2}{a+b} = \left(-\frac{a^2}{a+b} \right) \div \left(-\frac{b^2}{a+b} \right) = \\ &= \frac{a^2(a+b)}{b^2(a+b)} = \frac{a^2}{b^2}. \end{aligned}$$

б) Подставим $x = \frac{a-b}{a+b}$ и получим:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a}{b} - x}{\frac{b}{a} + x} &= \frac{\frac{a}{b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{b}{a} + \frac{a-b}{a+b}} = \frac{a^2 + ab - ab + b^2}{b(a+b)} \div \frac{ab + b^2 + a^2 - ab}{a(a+b)} = \\ &= \frac{a^2 + b^2}{b(a+b)} \div \frac{a^2 + b^2}{a(a+b)} = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{b(a^2 + b^2)(a+b)} = \frac{a}{b}. \end{aligned}$$

№ 166.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\frac{a^4}{4} - \frac{b^2}{9}}{\frac{a}{12} + \frac{b}{18}} &= \frac{9a^2 - 4b^2}{36} \div \frac{3a+2b}{36} = \frac{36(9a^2 - 4b^2)}{36(3a+2b)} = \\ &= \frac{(3a-2b)(3a+2b)}{3a+2b} = 3a-2b; \end{aligned}$$

Подставим $a = \frac{2}{3}$, $b = -\frac{1}{2}$ и получим:

$$3a - 2b = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = 2 + 1 = 3;$$

Ответ: 3.

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{0,2a-b}{\frac{a^2}{25} - b^2} &= \frac{0,2a-b}{\frac{a^2 - 25b^2}{25}} = \frac{0,2a-b}{1} \div \frac{a^2 - 25b^2}{25} = \\ &= \frac{5 \cdot 5(0,2a-b)}{a^2 - 25b^2} = \frac{5(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{5}{a+5b}; \end{aligned}$$

Подставим $a = -8$, $b = 0,6$ и получим:

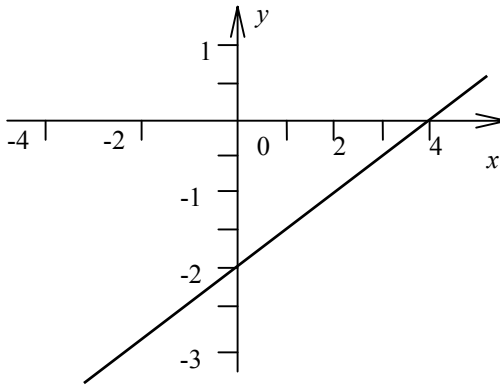
$$\frac{5}{a + 5b} = \frac{5}{-8 + 5 \cdot 0,6} = \frac{5}{-8 + 3} = -1;$$

Ответ: -1.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№ 167.

а)



1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е.

$$\frac{1}{2}x - 2 = 0; x = 4.$$

Таким образом, точка пересечения с осью x – это $(4; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$, т.е.

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2; y = -2.$$

Таким образом, точка пересечения с осью y – это $(0; -2)$.

б) 1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е.

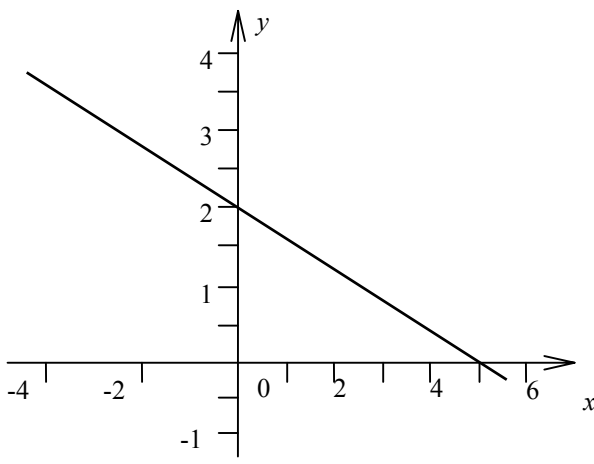
$$0 = -0,4x + 2; 0,4x = 2; x = 5.$$

Точка пересечения с осью x – это $(5; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$, т.е.

$$y = -0,4 \cdot 0 + 2; y = 2.$$

Точка пересечения с осью y – это $(0; 2)$.



№ 168.

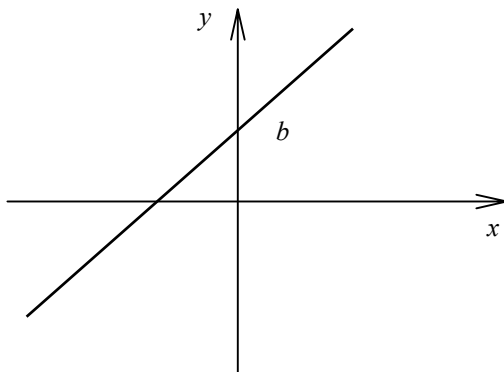
а) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки $(0; 4)$ в это уравнение: $4 = k \cdot 0 + b$; $b = 4$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно $k = 3$; получим уравнение: $y = 3x + 4$.

б) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки $(0; 0)$ в это уравнение: $0 = k \cdot 0 + b$; $b = 0$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно, $k = -\frac{1}{2}$; получим уравне-

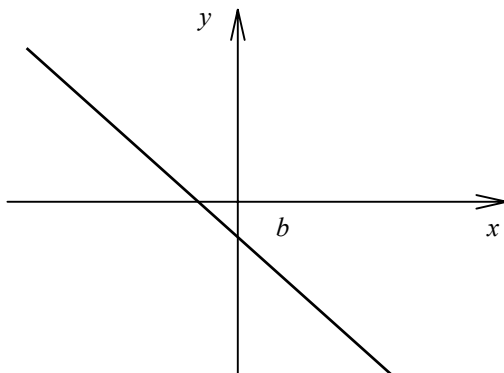
ние: $y = -\frac{1}{2}x$.

№ 169.

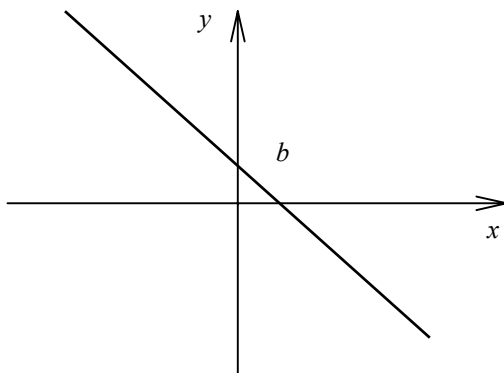
a)



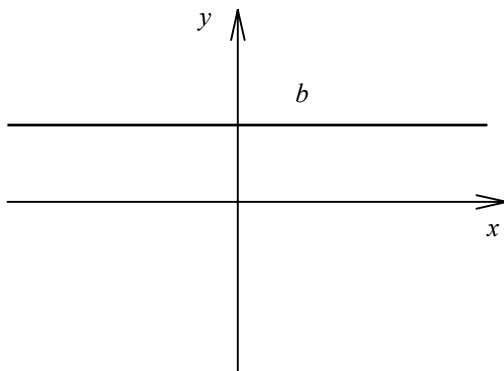
б)



в)



г)



№ 170.

Пусть x см – длина меньшей стороны, тогда $(x+20)$ см – длина большей стороны, $2x$ – удвоенная длина меньшей стороны, $3(x+20)$ см – утроенная длина большей стороны. По условию задачи периметр нового прямоугольника равен 240 см. Составим уравнение:

$$2(2x + 3(x + 20)) = 240; 2x + 3(x + 20) = 120;$$

$$2x + 3x + 60 = 120; 5x = 60; x = 12; x + 20 = 32.$$

Ответ. 12 см, 32 см.

№ 171.

Пусть x ч – время в пути пассажирского поезда, тогда $(x+1)$ ч – время в пути скорого поезда, $110(x+1)$ км – расстояние до места встречи, которое прошел скорый поезд, $90x$ км – расстояние до места встречи, которое прошел пассажирский поезд. Расстояние между двумя станциями равно 710 км. Составим уравнение:

$$110(x + 1) + 90x = 710;$$

$$110x + 110 + 90x = 710; 200x = 600; x = 3; x + 1 = 4.$$

Ответ. Через 4 ч.

8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график

№ 172.

$$y = \frac{8}{x}$$

x	-4	-2	-0,25	2	5	16	20
y	-2	-4	-32	4	1,6	0,5	0,4

$$1) x = -4; y = \frac{8}{-4} = -2;$$

$$2) y = -4; -4 = \frac{8}{x}; -4x = 8; x = -2;$$

$$3) x = -0,25; y = \frac{8}{-0,25} = -32;$$

$$4) x = 2; y = \frac{8}{2} = 4;$$

$$5) x = 5; y \cdot \frac{8}{5} = 1 \cdot \frac{3}{5} = 1,6;$$

$$6) x = 16; y = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$7) y = 0,4; 0,4 = \frac{8}{x}; 0,4x = 8; x = 20.$$

№ 173.

$$y = \frac{120}{x}$$

x	-1200	-600	240	-120	75	120	300	1000
y	-0,1	-0,2	-0,5	-1	1,6	1	0,4	0,12

$$1) x = -1200; y = \frac{120}{-1200} = -\frac{1}{10} = -0,1;$$

$$2) x = -600; y = \frac{120}{-600} = -0,2;$$

$$3) y = -0,5; -0,5 = \frac{120}{x}; -0,5x = 120; x = -240;$$

$$4) y = -1; -1 = \frac{120}{x}; x = -120;$$

$$5) x = 75; y = \frac{120}{75} = 1,6;$$

$$6) x = 120; y = \frac{120}{120} = 1;$$

$$7) y = 0,4; 0,4 = \frac{120}{x}; 0,4x = 120; x = 300;$$

$$8) x = 1000; y = \frac{120}{1000} = 0,12.$$

№ 174.

$s = vt = 600$, отсюда получаем:

$$a) v = \frac{600}{t} \text{ (км/ч)};$$

$$б) t = \frac{600}{v} \text{ (ч)}.$$

№ 175.

$$x = 100; y = \frac{10}{x}; y = \frac{10}{100} 0,1;$$

$$x = 1000; y = \frac{10}{1000} = 0,01;$$

$$x = 0,1; y = \frac{10}{0,1} = 100;$$

$$x = 0,02; y = \frac{10}{0,02} = 500;$$

$$A(-0,05; -200); \text{ проверим } -200 = -\frac{10}{-0,05}; -200 = -200; \text{ данная точка}$$

принадлежит графику функции $y = \frac{10}{x}$;

$$B(-0,1; 100); \text{ проверим } 100 = \frac{10}{-0,1}; 100 \neq -100; \text{ данная точка не при-}$$

надлежит графику данной функции;

$$C(400; 0,025); \text{ проверим } 0,025 = \frac{10}{400}; 0,025 = 0,025; \text{ данная точка при-}$$

надлежит графику данной функции;

$$D(500; -0,02); \text{ проверим } -0,02 = \frac{10}{500}; -0,02 \neq 0,02; \text{ данная точка не}$$

принадлежит графику данной функции.

№ 176.

Как известно, обратная пропорциональность задается формулой:

$y = \frac{k}{x}$, отсюда получаем: $12 = \frac{k}{2}; k = 24$; следовательно, искомая

функция $y = \frac{24}{x}$.

№ 177.

При рассмотрении графика получаются следующие результаты:

а) $x = 2; y = 4$; $x = 4; y = 2$; $x = -1; y = -8$;

$x = -4; y = -2$; $x = -5; y = -1,5$;

б) $y = -4; x = -2$; $y = -2; x = -4$; $y = 8; x = 1$

№ 178.

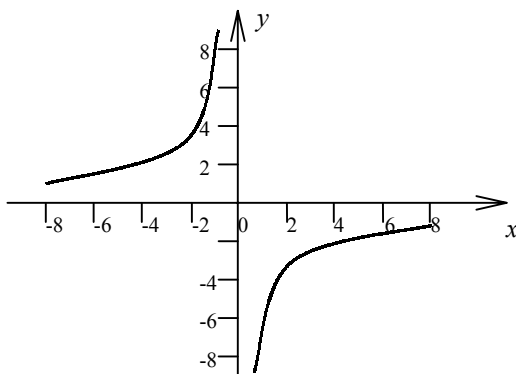
Построим график функции по точкам:

x	-8	-4	-2	2	4	8
y	1	2	4	-4	-2	-1

По графику найдем искомые значения x и y :

а) $x = 4; y = -2$; $x = 2,5; y = -3,2$; $x = 1,5; y = -5,3$;

$x = -1; y = 8$;



$x = -2,5; y = 3,2$;

б) $y = 8; x = -1$;

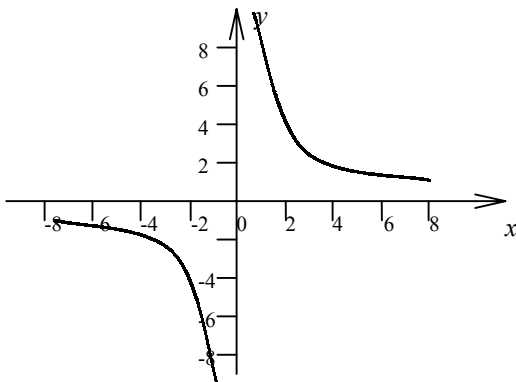
$$y = -2; x = 4.$$

№ 179.

Построим график функции по точкам:

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	-1	-2	-6	6	2	1

По графику найдем искомые значения:



а) $x = 1,5; y = 4;$

$x = -2,5; y = -2,3;$

$x = 3,5; y = 1,6;$

б) $y = -3; x = -2;$

$y = -1,5; x = -4;$

$y = 4; x = 1,5;$

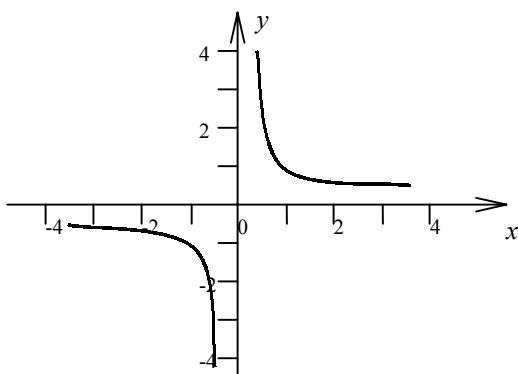
$y = 7; x = 0,8.$

№ 180.

Построим график функции по точкам:

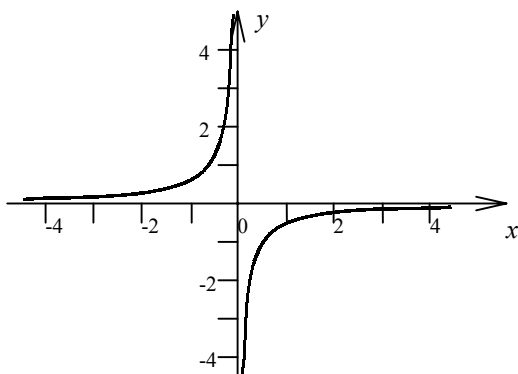
а)

x	-2	-1	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$



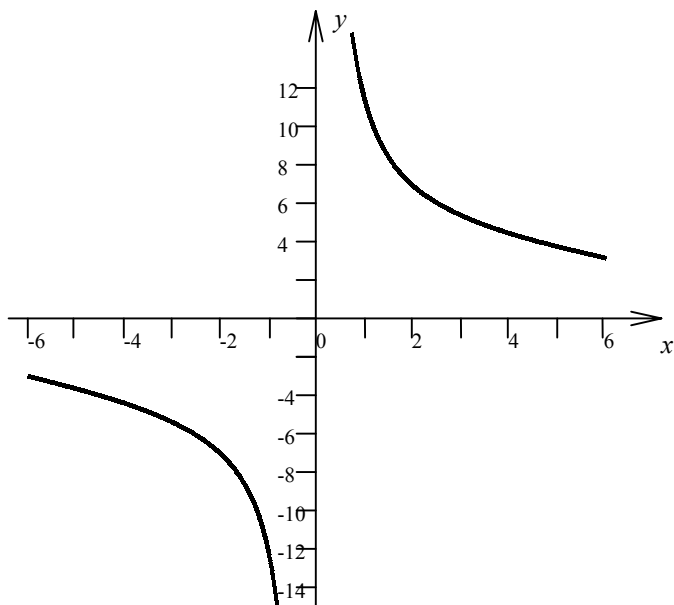
б)

x	-2	-1	1	2
y	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$

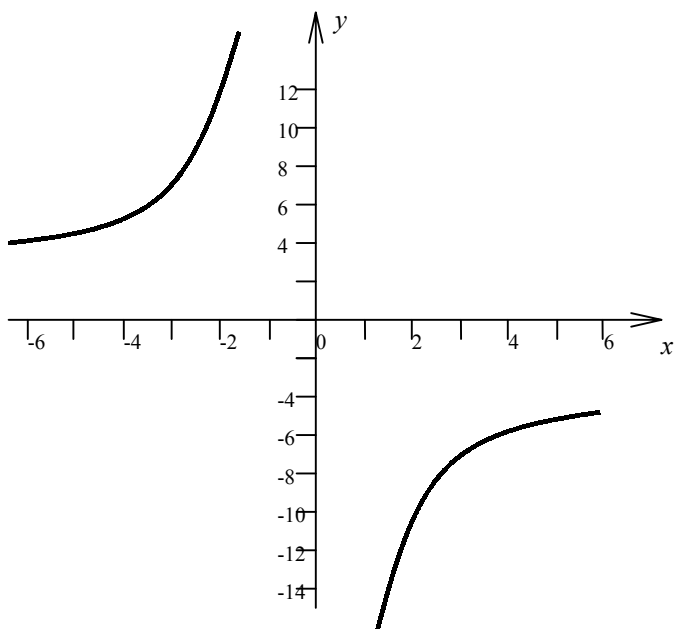


в)

x	-6	-2	-1	1	3	6
y	-4	-8	-24	24	8	4

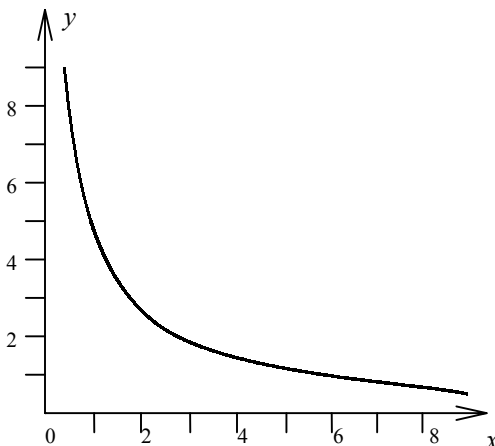


г)



x	-6	-3	-1	1	3	6
y	4	8	24	-24	-8	-4

№ 181.



Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = abc = 120 \text{ см}^3$; (где c – его высота). получаем: - обратная пропорциональность, так как она имеет вид $y = \frac{k}{x}$, при $k = 6$.

Область определения функции $b = \frac{6}{a}$ - все положительные числа, т.е. $a > 0$ (поскольку длина стороны основания – положительное число). Построим график функции по точкам:

a	1	2	3
b	6	3	2

№ 182.

а) $A(8; 0,125)$; получаем $0,125 = \frac{k}{8}$; $k = 0,125 \cdot 8 = 1$; $y = \frac{1}{x}$;

б) $B(\frac{2}{3}; 1\frac{4}{5})$; получаем $1\frac{4}{5} = \frac{k}{\frac{2}{3}}$; $k = 1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{6}{5} = 1,2$; $y = \frac{1,2}{x}$;

в) $C(-25; -0,2)$; получаем $-0,2 = \frac{k}{-25}$; $k = (-0,2) \cdot (-25)$; $k = 5$; $y = \frac{5}{x}$.

№ 184.

а) $\kappa > 0$; т.к. $x > 0$ и $y > 0$, либо $x < 0$ и $y < 0$

б) $\kappa < 0$, т.к. $x > 0$ и $y < 0$, либо $x < 0$ и $y > 0$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ**№ 185.**

а) $\frac{5(x-y)^2}{(3y-3x)^2} = \frac{5(x-y)^2}{3(y-x) \cdot 3(y-x)} = \frac{5(x-y)^2}{9(x-y)^2} = \frac{5}{9}$ не зависит от x и y

б) $\frac{(3x-6y)^2}{4(2y-x)^2} = \frac{3(x-2y) \cdot 3(x-2y)}{4(2y-x)^2} = \frac{9(x-2y)^2}{4(x-2y)^2} = \frac{9}{4}$ не зависит от x и y .

№ 186.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} - \frac{12}{4-x^2} \right) \cdot \frac{x+7}{x-2} = \\ & = \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{12}{(x-2)(x+2)} \right) \cdot \frac{x+7}{x-2} = \\ & = \frac{3(x-2) - (x+2) + 12}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+7}{x-2} = \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{x+7} = \\ & = \frac{2(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x+7)} = \frac{2}{x+7}. \end{aligned}$$

№ 187.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} - \frac{1}{z}; \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0; \quad \frac{yz - xz + xy}{xyz} = 0; \quad yz - xz + xy = 0;$$

а) $yz - xz + xy = 0$; $yz = xz - xy$; $yz = x(z - y)$; $x = \frac{yz}{z - y}$;

б) $yz - xz + xy = 0$; $yz - xz = -xy$; $z(y - x) = -xy$;

$$z = \frac{-xy}{y - x} = \frac{xy}{x - y}.$$

Дополнительные упражнения к главе I

К ПАРАГРАФУ 1

№ 188.

- а) $5x^2(x^2 - 2x + 3) = 5x^4 - 10x^3 + 15x^2$;
б) $-8y^2(y^2 - 5y - 1) = -8y^4 + 40y^3 + 8y^2$;
в) $(a^2 - 5a + 4)(2a + 3) = 2a^3 - 10a^2 + 8a + 3a^2 - 15a + 12 =$
 $= 2a^3 - 7a^2 - 7a + 12$;
г) $(3b - 2)(b^2 - 7b - 5) = 3b^3 - 21b^2 - 15b - 2b^2 + 14b + 10 =$
 $= 3b^3 - 23b^2 - b + 10$;
д) $3x^2(-5x^2 + 4x - 1) + 16x^4 = -15x^4 + 12x^3 - 3x^2 + 16x^4 =$
 $= x^4 + 12x^3 - 3x^2$;
е) $8y^6 - 2y^3(1 - 5y - y^2 + 4y^3) = 8y^6 - 2y^3 + 10y^4 + 2y^5 - 8y^6 =$
 $= 2y^5 + 10y^4 - 2y^3$;
ж) $(a^2 + 7a + 3)(a^2 - 4a + 2) = a^4 + 7a^3 + 3a^2 - 4a^3 - 28a^2 - 12a + 2a^2 +$
 $+ 14a + 6 = a^4 + 3a^3 - 23a^2 + 2a + 6$;
з) $(b^2 - 3b - 5)(b^2 + 3b - 5) = (b^2 - 5)^2 - (3b)^2 = b^4 - 10b^2 + 25 - 9b^2 =$
 $= b^4 - 19b^2 + 25$.

№ 189.

- а) $(-4x + 7a)(7a + 4x) = (7a - 4x)(7a + 4x) = 49a^2 - 16x^2$;
б) $(3c^2 - 8)(3c^2 + 8) = 9c^4 - 64$;
в) $(2x - 5y)^2 = 4x^2 - 20xy + 25y^2$;
г) $(p^2 + 2)^2 = p^4 + 4p^2 + 4$;
д) $(3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2) = 27a^3 - 8b^3$;
е) $(x^2 + 5y)(x^4 - 5x^2y + 25y^2) = x^6 + 125y^3$;
ж) $(m - n)^3 - (m - n)(m^2 + mn + n^2) = m^3 - 3m^2n + 3m^2n - n^3 - (m^3 - n^3) =$
 $= 3mn^2 - 3m^2n$;
з) $(x + y)^3 - (x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - (x^3 + y^3) =$
 $= 3x^2y + 3xy^2$.

№ 190.

$$\begin{aligned}
\text{а) } a^2b + ab^2 &= ab(a + b); \\
\text{б) } x^3y - xy^3 &= xy(x^2 - y^2); \\
\text{в) } 7x^2 - 14xy + 21ax &= 7x(x - 2y + 3a); \\
\text{г) } 9xy - 3by + 15ay &= 3y(3x - b + 5a); \\
\text{д) } x^4 - x^3 + x^2 - x &= x^3(x - 1) + x(x - 1) = (x - 1)(x^3 + x) = \\
&= x(x - 1)(x^2 + 1); \\
\text{е) } c^4 - 2c^3 - c^2 + 2c &= c^3(c - 2) - c(c - 2) = (c - 2)(c^3 - c) = \\
&= c(c - 2)(c^2 - 1) = c(c - 2)(c - 1)(c + 1); \\
\text{ж) } (a - 2)^2 - 25a^2 &= (a - 2 - 5a)(a - 2 + 5a) = (-4a - 2)(6a - 2) = \\
&= -4(2a + 1)(3a - 1) = 4(2a + 1)(1 - 3a); \\
\text{з) } (b + 3)^2 - 36b^2 &= (b + 3 + 6b)(b + 3 - 6b) = \\
&= (7b + 3)(-5b + 3) = (7b + 3)(3 - 5b); \\
\text{и) } 125x^3 + 8 &= (5x + 2)(25x^2 - 10x + 4); \\
\text{к) } 216x^3 - 27 &= (6x - 3)(36x^2 + 18x + 9); \\
\text{л) } (a + 1)^3 + a^3 &= (a + 1 + a)((a + 1)^2 - a(a + 1) + a^2) = \\
&= (2a + 1)(a^2 + 2a + 1 - a^2 - a + a^2) = (2a + 1)(a^2 + a + 1); \\
\text{м) } (b + 2)^3 - 8b^3 &= (b + 2 - 2b)((b + 2)^2 + (b + 2)2b + 4b^2) = \\
&= (2 - b)(b^2 + 4b + 4 + 2b^2 + 4b + 4b^2) = (2 - b)(7b^2 + 8b + 4).
\end{aligned}$$

№ 191.

$$\begin{aligned}
\text{а) } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= a^4 - a^3 + a^2 + a^3 - a^2 + a + a^2 - a + 1 = \\
&= a^4 + a^2 + 1, \text{ что и требовалось доказать;} \\
\text{б) } (b^4 + b^2 + 1)(b^4 - b^2 + 1) &= b^8 - b^6 + b^4 + b^6 - b^4 + b^2 + b^4 - b^2 + 1 = \\
&= b^8 + b^4 + 1, \text{ что и требовалось доказать;} \\
\text{в) } (c^2 - 2c + 2)(c^2 + 2c + 2) &= \\
&= c^4 + 2c^3 + 2c^2 - 2c^3 - 4c^2 - 4c + 2c^2 + 4c + 4 = c^4 + 4, \text{ что и требова-} \\
&\text{лось доказать.}
\end{aligned}$$

№ 192.

$$\text{а) } \frac{51 + 17^2}{10} = \frac{17 \cdot 3 + 17^2}{10} = \frac{17(3 + 17)}{10} = \frac{17 \cdot 20}{10} = 34;$$

$$б) \frac{37^2 + 111}{40} = \frac{37^2 + 37 \cdot 3}{40} = \frac{37(37 + 3)}{40} = \frac{37 \cdot 40}{40} = 37.$$

№ 193.

Составим таблицу:

Поезда	t , ч	v , км/ч	s , км
1-й	t	60	$60t$
2-й	$t - 3$	v	$v(t - 3)$

Запишем уравнение: $60t + v(t - 3) = 600$; $600 - 60t = v(t - 3)$;

$$v = \frac{600 - 60t}{t - 3}; \quad v = \frac{60(10 - t)}{t - 3}.$$

Подставим $t = 7$: $v = \frac{60(10 - 7)}{7 - 3} = \frac{60 \cdot 3}{4} = 45$ (км/ч).

Подставим $t = 6$: $v = \frac{60(10 - 6)}{6 - 3} = \frac{60 \cdot 4}{3} = 80$ (км/ч).

№ 194.

а) x – любое действительное число;

б) $2y + 7 \neq 0$; $2y \neq -7$; $y \neq -\frac{7}{2}$; $y \neq -3,5$.

Ответ: $y \neq -3,5$;

в) $\frac{9}{x^2 - 7x} = \frac{9}{x(x - 7)}$; $x(x - 7) \neq 0$; 1) $x_1 \neq 0$; 2) $x - 7 \neq 0$; $x \neq 7$.

Ответ: $x \neq 0$, $x \neq 7$;

г) y – любое действительное число;

д) $|x| - 3 \neq 0$; $x \neq -3$, $x \neq 3$.

Ответ: $x \neq -3$, $x \neq 3$;

е) y – любое действительное число.

№ 195.

а) $\frac{5}{x - 2}$; б) $\frac{7 - 2x}{3x^2 - x^3}$; в) $\frac{4x + 1}{9 - x^2}$; г) $\frac{6}{4x^2 - 1}$.

№ 196.

$\frac{8-3x}{4x^2+7}$, потому что $4x^2+7 > 0$ при всех x .

№ 197.

а) $x-2 \neq 0$; $x \neq 2$;

ОТВЕТ: $x \neq 2$;

б) $x+5 \neq 0$; $x \neq -5$;

ОТВЕТ: $x \neq -5$;

в) $2x-6 \neq 0$; $2x \neq 6$; $x \neq 3$;

ОТВЕТ: $x \neq 3$.

№ 198.

а) $-\frac{99x}{22y} = -\frac{9 \cdot 11x}{2 \cdot 11y} = -\frac{9x}{2y}$;

б) $\frac{216bc}{180ac} = \frac{36 \cdot 6b}{36 \cdot 5a} = \frac{6b}{5a}$;

в) $\frac{405ac}{45ay} = \frac{45 \cdot 9c}{45y} = \frac{9c}{y}$;

г) $\frac{18abc}{180ac} = \frac{18b}{18 \cdot 10} = \frac{b}{10}$;

д) $\frac{35a^5y^4}{28a^4y^8} = \frac{7 \cdot 5a^5y^4}{7 \cdot 4a^4y^8} = \frac{5a}{4y^4}$;

е) $\frac{7x^4y^4}{14x^4y^{14}} = \frac{7y^4}{7 \cdot 2y^{14}} = \frac{1}{2y^{10}}$.

№ 199.

а) $\frac{17xy+34}{17(xy+34)} = \frac{17(xy+2)}{17(xy+34)} = \frac{xy+2}{xy+34}$;

б) $\frac{(3a-3c)^2}{9a^2-9c^2} = \frac{(3a-3c)^2}{(3a-3c)(3a+3c)} = \frac{3a-3c}{3a+3c} = \frac{3(a-c)}{3(a+c)} = \frac{a-c}{a+c}$;

в) $\frac{2b^2-2a^2}{(2a-2b)^2} = \frac{2(b^2-a^2)}{(2a-2b)(2a-2b)} = \frac{2(b^2-a^2)}{2 \cdot 2(a-b)(a-b)} =$
 $= \frac{(b-a)(b+a)}{2(a-b)(a-b)} = -\frac{(a-b)(a+b)}{2(a-b)(a-b)} = -\frac{a+b}{2(a-b)} = \frac{a+b}{2(b-a)}$;

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{(a^2 - 9)^2}{(3 - a)^3} &= \frac{(a - 3)^2 (a + 3)^2}{(a - 3)^2 (3 - a)} = \frac{(a + 3)^2}{3 - a}; \\ \text{д)} \quad \frac{x^2 - 100}{x^3 + 1000} &= \frac{(x - 10)(x + 10)}{(x + 10)(x^2 - 10x + 100)} = \frac{x - 10}{x^2 - 10x + 100}; \\ \text{е)} \quad \frac{8y^3 - 1}{y - 4y^3} &= \frac{(2y - 1)(4y^2 + 2y + 1)}{y(1 - 2y)(1 + 2y)} = -\frac{4y^2 + 2y + 1}{y(1 + 2y)}; \\ \text{ж)} \quad \frac{2x - y}{x^2 - 0,5xy} &= \frac{2x - y}{x(x - 0,5y)} = \frac{2(2x - y)}{x(2x - y)} = \frac{2}{x}; \\ \text{з)} \quad \frac{5a^2 - 3ab}{a^2 - 0,36b^2} &= \frac{25a(5a - 3b)}{25(a - 0,6b)(a + 0,6b)} = \\ &= \frac{25a(5a - 3b)}{(5a - 3b)(5a + 3b)} = \frac{25a}{5a + 3b}. \end{aligned}$$

№ 200.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{10ab - 15b^2}{4a^2 - 6ab} &= \frac{5b(2a - 3b)}{2a(2a - 3b)} = \frac{5b}{2a}; \\ \text{б)} \quad \frac{21xy - 7y^2}{6x^2 - 2xy} &= \frac{7y(3x - y)}{2x(3x - y)} = \frac{7y}{2x}; \\ \text{в)} \quad \frac{2x^2 + 10xy}{x^2 - 25y^2} &= \frac{2x(x + 5y)}{(x - 5y)(x + 5y)} = \frac{2x}{x - 5y}; \\ \text{г)} \quad \frac{6p^2 - 8pq}{9p^2 - 24pq + 16q^2} &= \frac{2p(3p - 4q)}{(3p - 4q)^2} = \frac{2p}{3p - 4q}; \\ \text{д)} \quad \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ab - 2a - 2b} &= \frac{(a - 2)^2}{a(a + b) - 2(a + b)} = \frac{(a - 2)^2}{(a + b)(a - 2)} = \frac{a - 2}{a + b}; \\ \text{е)} \quad \frac{6x^2 - 3xy + 4x - 2y}{9x^2 + 12x + 4} &= \frac{3x(2x - y) + 2(2x - y)}{(3x + 2)^2} = \frac{(2x - y)(3x + 2)}{(3x + 2)^2} = \frac{2x - y}{3x + 2}; \\ \text{ж)} \quad \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^3 + 8b^3} &= \frac{(a + 2b)^2}{(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)} = \frac{a + 2b}{a^2 - 2ab + 4b^2}; \\ \text{з)} \quad \frac{27x^3 - y^3}{18x^2 + 6xy + 2y^2} &= \frac{(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)}{2(9x^2 + 3xy + y^2)} = \frac{3x - y}{2}. \end{aligned}$$

№ 201.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{b^{14} - b^7 + 1}{b^{21} + 1} = \frac{b^{14} - b^7 + 1}{(b^7 + 1)(b^7 - b^7 + 1)} = \frac{1}{b^7 + 1} . \\
 \text{б)} \quad & \frac{x^{33} - 1}{x^{33} + x^{22} + x^{11}} = \frac{(x^{11} - 1)(x^{22} + x^{11} + 1)}{x^{11}(x^{22} + x^{11} + 1)} = \frac{x^{11} - 1}{x^{11}} ; \\
 \text{в)} \quad & \frac{x(y - z) - y(x - z)}{x(y - z)^2 - y(x - z)^2} = \frac{xy - xz - xy + yz}{x(y^2 - 2yz + z^2) - y(x^2 - 2xz + z^2)} = \\
 & = \frac{yz - xz}{xy^2 - 2xyz + xz^2 - x^2y + 2xyz - yz^2} = \\
 & = \frac{z(y - x)}{(xy^2 - x^2y) + (xz^2 - yz^2)} = \frac{z(y - x)}{xy(y - z) + z^2(x - y)} = \\
 & = \frac{z(y - x)}{(y - x)(xy - z^2)} = \frac{z}{xy - z^2} ; \\
 \text{г)} \quad & \frac{a(b + 1)^2 - b(a + 1)^2}{a(b + 1) - b(a + 1)} = \frac{a(b^2 + 2b + 1) - b(a^2 + 2a + 1)}{ab + a - ab - b} = \\
 & = \frac{ab^2 + 2ab + a - a^2b - 2ab - b}{a - b} = \frac{(ab^2 - a^2b) + (a - b)}{a - b} = \\
 & = \frac{ab(b - a) + (a - b)}{a - b} = \frac{(a - b)(1 - ab)}{a - b} = 1 - ab .
 \end{aligned}$$

№ 202.

Произведем замену:

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy} &= \frac{(kx)^2 - 2(ky)^2}{3(ky)^2 + 5kx \cdot ky} = \frac{k^2x^2 - 2k^2y^2}{3k^2y^2 + 5k^2xy} = \frac{k^2(x^2 - 2y^2)}{k^2(3y^2 + 5xy)} ; \\
 \frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy} &\equiv \frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy} - \text{дробь, тождественно равная первоначальной.}
 \end{aligned}$$

№ 203.

При $x = \frac{2}{7}$ и $y = \frac{3}{7}$, дробь равна:

$$\begin{aligned}
 \frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} &= \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2}{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3 \cdot \frac{4}{49} + \frac{9}{49}}{3 \cdot \frac{4}{49} - \frac{9}{49}} = \frac{\frac{12 + 9}{49}}{\frac{12 - 9}{49}} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{21}{49} \div \frac{3}{49} = \frac{21 \cdot 49}{3 \cdot 49} = 7$$

При $x = 2$ и $y = 3$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot 2^2 + 3^2}{3 \cdot 2^2 - 3^2} = \frac{3 \cdot 4 + 9}{3 \cdot 4 - 9} = \frac{12 + 9}{12 - 9} = \frac{21}{3} = 7, \text{ что и требовалось}$$

доказать.

№ 204.

$$\text{а) } \frac{36}{(a-b)^2} = \frac{36}{9^2} = \frac{36}{81} = \frac{4}{9};$$

$$\text{б) } \frac{108}{(b-a)^2} = \frac{108}{(a-b)^2} = \frac{108}{9^2} = \frac{108}{81} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3};$$

$$\text{в) } \frac{(5a-5b)^2}{45} = \frac{5 \cdot 5(a-b)^2}{45} = \frac{25 \cdot 9^2}{45} = 5 \cdot 9 = 45;$$

$$\text{г) } \frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 - b^3} = \frac{a^2 + ab + b^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{1}{a-b} = \frac{1}{9}$$

Ответ: а) $\frac{4}{9}$; б) $1\frac{1}{3}$; в) 45; г) $\frac{1}{9}$.

К ПАРАГРАФУ 2

№ 205.

$$\text{а) } \frac{x^2 - 2x}{x-3} - \frac{4x-9}{x-3} = \frac{x^2 - 2x - 4x + 9}{x-3} =$$

$$= \frac{x^2 - 6x + 9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3;$$

$$\text{б) } \frac{y^2 - 10}{y-8} - \frac{54}{y-8} = \frac{y^2 - 10 - 54}{y-8} = \frac{y^2 - 64}{y-8} =$$

$$= \frac{(y-8)(y+8)}{y-8} = y+8;$$

$$\text{в) } \frac{a^2}{a^2 - b^2} + \frac{b^2}{b^2 - a^2} = \frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = 1;$$

$$\text{г) } \frac{x^2 - 2x}{x^2 - y^2} - \frac{2y - y^2}{y^2 - x^2} = \frac{x^2 - 2x + 2y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x^2 - y^2) - (2x - 2y)}{x^2 - y^2} =$$

$$= \frac{(x-y)(x+y) - 2(x-y)}{x^2 - y^2} = \frac{(x-y)(x+y-2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x+y-2}{x+y}.$$

№ 206.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{(y-b)^2}{y-b+1} + \frac{y-b}{y-b+1} &= \frac{(y-b)^2 + y-b}{y-b+1} = \\ &= \frac{(y-b)(y-b+1)}{y-b+1} = y-b; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{(a+x)^2}{a+x-2} - \frac{2a+2x}{a+x-2} &= \frac{(a+x)^2 - 2(a+x)}{a+x-2} = \\ &= \frac{(a+x)(a+x-2)}{a+x-2} = a+x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{x^2 - y^2}{x-y-1} + \frac{x+y}{y-x+1} &= \frac{y^2 - x^2}{y-x+1} + \frac{x+y}{y-x+1} = \\ &= \frac{(y-x)(y+x) + (y+x)}{y-x+1} = \frac{(y+x)(y-x+1)}{y-x+1} = y+x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{b^2 - 9c^2}{b+3c-2} + \frac{2(b-3c)}{2-b-3c} &= \frac{(b-3c)(b+3c)}{b+3c-2} - \frac{2(b-3c)}{b+3c-2} = \\ &= \frac{(b-3c)(b+3c) - 2(b-3c)}{b+3c-2} = \frac{(b-3c)(b+3c-2)}{b+3c-2} = b-3c. \end{aligned}$$

№ 207.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{a^2 - 12b}{a^2 - 3ab} - \frac{3ab - 4a}{a^2 - 3ab} &= \frac{a^2 - 12b - 3ab + 4a}{a^2 - 3ab} = \\ &= \frac{a(a+4) - 3b(4+a)}{a(a-3b)} = \frac{(a+4)(a-3b)}{a(a-3b)} = \frac{a+4}{a}. \text{ Подставим } a = -0,8: \\ \frac{a+4}{a} &= \frac{-0,8+4}{-0,8} = \frac{3,2}{-0,8} = -4. \end{aligned}$$

$b = -1,75$ – лишнее данное в задаче.

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{x^2 - 2y}{x^2 + xy + 2x} - \frac{4 - xy}{x^2 + xy + 2x} &= \frac{x^2 - 2y - 4 + xy}{x^2 + xy + 2x} = \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + y(x-2)}{x(x+y+2)} = \frac{(x-2)(x+2+y)}{x(x+y+2)} = \frac{x-2}{x}. \text{ Подставим } x = 20: \end{aligned}$$

$$\frac{x-2}{x} = \frac{20-2}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}.$$

$y = 22,5$ – лишнее данное в задаче.

№ 208.

$$\text{а) } \frac{x+2}{x} = \frac{x}{x} + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{x};$$

$$\text{б) } \frac{y+z^2}{z} = \frac{y}{z} + \frac{z^2}{z} = \frac{y}{z} + z;$$

$$\text{в) } \frac{a^2-2a+4}{a} = \frac{a^2}{a} - \frac{2a}{a} + \frac{4}{a} = a - 2 + \frac{4}{a};$$

$$\text{г) } \frac{b^2+3b-6}{b} = \frac{b^2}{b} + \frac{3b}{b} - \frac{6}{b} = b + 3 - \frac{6}{b}.$$

№ 209.

$$\text{а) } \frac{n+6}{n} = \frac{n}{n} + \frac{6}{n} = 1 + \frac{6}{n}; \text{ при } n = 1; 2; 3; 6. \text{ Значение выражения – целое.}$$

$$\text{б) } \frac{5n-12}{n} = \frac{5n}{n} - \frac{12}{n} = 5 - \frac{12}{n}; \text{ при } n = 3; 4; 6; 12. \text{ Значение выражения – целое.}$$

$$\text{в) } \frac{36-n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - \frac{n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - 1; \text{ при } n = 1; 2; 3. \text{ Значение выражения – целое.}$$

№ 210.

$$\text{а) } \frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{y} = \frac{x}{y} + 1 = 5 + 1 = 6;$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - \frac{y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 5 - 1 = 4;$$

$$\text{в) } \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y} \right)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5};$$

$$\text{г) } \frac{x+2y}{x} = 1 + 2 \frac{y}{x} = 1 + \left(\frac{x}{y} \right)^{-1} \cdot 2 = 1 + (5^{-1}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{5} = 1 \frac{2}{5}.$$

№ 211.

$$\text{a) } \frac{x+y}{y} = 3; \quad \frac{x}{y} = 3 - \frac{y}{y}; \quad \frac{x}{y} = 3 - 1 = 2;$$

$$\text{б) } \frac{y}{x+y} = \left(\frac{x+y}{y} \right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3};$$

$$\text{в) } \frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 2 - 1 = 1;$$

$$\text{г) } \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y} \right)^{-1} = (2)^{-1} = \frac{1}{2}.$$

№ 212.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3b^2 - 5b - 1}{b^2 y} + \frac{5b - 3}{by} &= \frac{3b^2 - 5b - 1}{b^2 y} + \frac{b(5b - 3)}{b^2 y} = \\ &= \frac{3b^2 - 5b - 1 + 5b^2 - 3b}{b^2 y} = \frac{8b^2 - 8b - 1}{b^2 y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{a^2 - a + 1}{a^3 x} - \frac{x^2 - 1}{ax^3} &= \frac{(a^2 - a + 1)x^2 - a^2(x^2 - 1)}{a^3 x^3} = \\ &= \frac{a^2 x^2 - ax^2 + x^2 - a^2 x^2 + a^2}{a^3 x^3} = \frac{x^2 + a^2 - ax^2}{a^3 x^3}; \end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{1+c}{c^3 y^4} - \frac{c^3 + y^4}{c^2 y^8} = \frac{y^4 + cy^4 - c^4 - cy^4}{c^3 y^8} = \frac{y^4 - c^4}{c^3 y^8};$$

$$\text{г) } \frac{c^2 + x^2}{c^2 x^5} - \frac{c+x}{c^3 x^3} = \frac{c^3 + cx^2 - cx^2 - x^3}{c^3 x^5} = \frac{c^3 - x^3}{c^3 x^5}.$$

№ 213.

$$\text{a) } x + y + \frac{x-y}{4} = \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{x-y}{4} = \frac{4x + 4y + x - y}{4} = \frac{5x + 3y}{4};$$

$$\text{б) } m + n - \frac{1+mn}{n} = \frac{m}{1} + \frac{n}{1} - \frac{1+mn}{n} = \frac{mn + n^2 - 1 - mn}{n} = \frac{n^2 - 1}{n};$$

$$\text{в) } a - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a}{1} - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a(a+b+c) - ab - ac - bc}{a+b+c} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^2 + ab + ac - ab - ac - bc}{a + b + c} = \frac{a^2 - bc}{a + b + c}; \\
\text{г) } a^2 - b^2 - \frac{a^3 - b^3}{a + b} &= \frac{a^2}{1} - \frac{b^2}{1} - \frac{a^3 - b^3}{a + b} = \frac{(a^2 - b^2)(a + b) - a^3 + b^3}{a + b} = \\
&= \frac{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 - a^3 + b^3}{a + b} = \frac{a^2b - ab^2}{a + b} = \frac{ab(a - b)}{a + b}.
\end{aligned}$$

№ 214.

$$\begin{aligned}
\text{а) } \frac{mn + 1}{m + n} + \frac{mn - 1}{m - n} &= \frac{(m - n)(mn + 1) + (m + n)(mn - 1)}{(m + n)(m - n)} = \\
&= \frac{m^2n + m - mn^2 - n + m^2n - m + mn^2 - n}{(m + n)(m - n)} = \frac{2m^2n - 2n}{(m + n)(m - n)} = \\
&= \frac{2n(m^2 - 1)}{(m + n)(m - n)} = \frac{2n(m - 1)(m + 1)}{(m + n)(m - n)}; \\
\text{б) } \frac{a + b}{2a} - \frac{b}{a + b} &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{2a(a + b)} = \frac{a^2 + b^2}{2a(a + b)}; \\
\text{в) } \frac{x + 4a}{3a + 3x} - \frac{a - 4x}{3a - 3x} &= \frac{(x + 4a)(a - x) - (a - 4x)(a + x)}{3(a + x)(a - x)} = \\
&= \frac{ax + 4a^2 - x^2 - 4ax - a^2 + 4ax - ax + 4x^2}{3(a + x)(a - x)} = \frac{3a^2 + 3x^2}{3(a + x)(a - x)} = \\
&= \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}; \\
\text{г) } \frac{9a - 24b}{a(a - b)} + \frac{21b - 6a}{a(a - b)} &= \frac{9a - 24b + 21b - 6a}{a(a - b)} = \frac{3a - 3b}{a(a - b)} = \frac{3}{a}; \\
\text{д) } \frac{3x + 21y}{x^2 - 49y^2} + \frac{2xy}{x^2 - 7xy} &= \frac{3x + 21y}{(x - 7y)(x + 7y)} + \frac{2xy}{x(x - 7y)} = \\
&= \frac{x(3x + 21y) + 2x^2y + 14xy^2}{x(x - 7y)(x + 7y)} = \frac{3x^2 + 21xy + 2x^2y + 14xy^2}{x(x - 7y)(x + 7y)} = \\
&= \frac{3x(x + 7y) + 2xy(x + 7y)}{x(x - 7y)(x + 7y)} = \frac{(x + 7y)(3x + 2xy)}{x(x - 7y)(x + 7y)} = \frac{x(3 + 2y)}{x(x - 7y)} = \\
&= \frac{3 + 2y}{x - 7y}; \\
\text{е) } \frac{m^2 - 2mn}{m^2 - 4n^2} + \frac{2n^2}{mn + 2n^2} &= \frac{m^2 - 2mn}{(m - 2n)(m + 2n)} + \frac{2n^2}{n(m + 2n)} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{n(m^2 - 2mn) + 2n^2(m - 2n)}{n(m + 2n)(m + 2n)} = \frac{nm^2 - 2mn^2 + 2n^2m - 4n^3}{n(m + 2n)(m + 2n)} = \\
 &= \frac{nm^2 - 4n^3}{n(m + 2n)(m + 2n)} = \frac{n(m^2 - 4n^2)}{n(m + 2n)(m + 2n)} = 1.
 \end{aligned}$$

№ 215.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{2b^2 - bc}{b^2 - 0,25c^2} - \frac{2c}{2b + c} = \frac{4(2b^2 - bc)}{4(b^2 - 0,25c^2)} - \frac{2c}{2b + c} = \\
 &= \frac{4b(2b - c)}{4b^2 - c^2} - \frac{2c}{2b + c} = \frac{4b(2b - c)}{(2b - c)(2b + c)} - \frac{2c}{2b + c} = \frac{4b}{2b + c} - \frac{2c}{2b + c} = \\
 &= \frac{4b - 2c}{2b + c} = \frac{2(2b - c)}{2b + c};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{2x - 1}{x^2 - 0,5x} + \frac{4x + 2}{x^2 + 0,5x} = \frac{2x - 1}{x(x - 0,5)} + \frac{2(2x + 1)}{x(x + 0,5)} = \\
 &= \frac{2(2x - 1)}{x(2x - 1)} + \frac{4(2x + 1)}{x(2x + 1)} = \frac{2}{x} + \frac{4}{x} = \frac{6}{x};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \frac{2y^2 - y}{y^2 - y + \frac{1}{4}} - \frac{2y^2 + y}{y^2 + y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{y^2 - \frac{1}{4}} = \\
 &= \frac{4(2y^2 - y)}{4(y^2 - y + \frac{1}{4})} - \frac{4(2y^2 + y)}{4(y^2 + y + \frac{1}{4})} - \frac{4}{4(y^2 - \frac{1}{4})} = \\
 &= \frac{4y(2y - 1)}{4y^2 - 4y + 1} - \frac{4y(2y + 1)}{4y^2 + 4y + 1} - \frac{4}{4y^2 - 1} = \\
 &= \frac{4y(2y - 1)}{(2y - 1)^2} - \frac{4y(2y + 1)}{(2y + 1)^2} - \frac{4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \\
 &= \frac{4y}{2y - 1} - \frac{4y}{2y + 1} - \frac{4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{4y(2y + 1) - 4y(2y - 1) - 4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \\
 &= \frac{8y^2 + 4y - 8y^2 + 4y - 4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{8y - 4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{4}{2y + 1};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \frac{a^2 + 0,3ab}{ab + 0,3b^2} - \frac{ab - 0,7b^2}{a^2 - 0,7ab} = \frac{a(a + 0,3b)}{b(a + 0,3b)} - \frac{b(a - 0,7b)}{a(a - 0,7b)} = \\
 &= \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & \frac{1,8xy + 0,81y^2}{0,81y^2 - 4x^2} + \frac{2x}{2x - 0,9y} = \frac{0,9y(2x + 0,9y)}{(0,9y - 2x)(0,9y + 2x)} + \frac{2x}{2x - 0,9y} = \\ & = \frac{0,9y}{0,9y - 2x} - \frac{2x}{0,9y - 2x} = \frac{0,9y - 2x}{0,9 - 2x} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & \frac{6a}{2,25a^2 - 0,64} - \frac{8}{6a - 3,2} = \frac{6a}{(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} - \frac{8}{4(1,5a - 0,8)} = \\ & = \frac{24a - 8(1,5a + 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{12a - 6,4}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \\ & = \frac{8(1,5a - 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{2}{1,5a + 0,8} = \frac{20}{15a + 8}. \end{aligned}$$

№ 216.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} = \\ & = \frac{c-a+b-c+a-b}{(a-b)(c-a)(b-c)} = \frac{0}{(a-b)(c-a)(b-c)} = 0, \end{aligned}$$

при всех допустимых a , b , и c .

№ 217.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{y^2-9} = \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{(y-3)(y+3)} = \\ & = \frac{5y+15+y-3-4y+18}{(y-3)(y+3)} = \frac{2y+30}{(y-3)(y+3)} = \frac{2(y+15)}{(y-3)(y+3)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9} = \frac{2a}{2a+3} - \frac{5}{2a-3} - \frac{4a^2+9}{(2a-3)(2a+3)} = \\ & = \frac{4a^2-6a-10a-15-4a^2-9}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{-16a-24}{(2a-3)(2a+3)} = \\ & = -\frac{8(2a+3)}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{8}{3-2a}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{2b^2+10b}{3by+15y} + \frac{b^2-3b}{by-3y} - \frac{2b}{3y} = \frac{2b(b+5)}{3y(b+5)} + \frac{b(b-3)}{y(b-3)} - \frac{2b}{3y} = \\ & = \frac{2b}{3y} + \frac{b}{y} - \frac{2b}{3y} = \frac{b}{y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad & \frac{14ax - 21x}{10a - 15} - \frac{6ax + 9x}{8a + 12} + \frac{x}{10} = \frac{7x(2a - 3)}{5(2a - 3)} - \frac{3x(2a + 3)}{4(2a + 3)} + \frac{x}{10} = \\ & = \frac{7x}{5} - \frac{3x}{4} + \frac{x}{10} = \frac{28x - 15x + 2x}{20} = \frac{15x}{20} = \frac{3x}{4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & \frac{4m}{4m^2 - 1} - \frac{2m + 1}{6m - 3} + \frac{2m - 1}{4m + 2} = \\ & = \frac{4m}{(2m - 1)(2m + 1)} - \frac{2m + 1}{3(2m - 1)} + \frac{2m - 1}{2(2m - 1)} = \\ & = \frac{6 \cdot 4m - (4m + 2)(2m + 1) + (6m - 3)(2m - 1)}{6(2m - 1)(2m + 1)} = \\ & = \frac{24m - 8m^2 - 4m - 4m - 2 + 12m^2 - 6m - 6m + 3}{6(2m - 1)(2m + 1)} = \\ & = \frac{4m + 4m^2 + 1}{6(2m - 1)(2m + 1)} = \frac{(2m + 1)^2}{6(2m + 1)(2m - 1)} = \frac{2m + 1}{6(2m - 1)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & \frac{1}{(x + y)^2} - \frac{2}{x^2 - y^2} + \frac{1}{(x - y)^2} = \\ & = \frac{1}{(x + y)^2} - \frac{2}{(x - y)(x + y)} + \frac{1}{(x - y)^2} = \\ & = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - 2x^2 + 2y^2 + x^2 + 2xy + y^2}{(x - y)^2(x + y)^2} = \frac{4y^2}{(x - y)^2(x + y)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ж)} \quad & \frac{4a^2 + 3a + 2}{a^3 - 1} - \frac{1 - 2a}{a^2 + a + 1} = \frac{4a^2 + 3a + 2}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} - \frac{1 - 2a}{a^2 + a + 1} = \\ & = \frac{4a^2 + 3a + 2 - (a - 1)(1 - 2a)}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} = \frac{4a^2 + 3a + 2 - a + 2a^2 + 1 - 2a}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} = \\ & = \frac{6a^2 + 3}{(a - 1)^3} = \frac{3(2a^2 + 1)}{(a - 1)^3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{з)} \quad & \frac{x - y}{x^2 + xy + y^2} - \frac{3xy}{x^3 - y^3} + \frac{1}{x - y} = \\ & = \frac{x - y}{x^2 + xy + y^2} - \frac{3xy}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} + \frac{1}{x - y} = \\ & = \frac{(x - y)^2 - 3xy + (x^2 + xy + y^2)}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - 3xy + x^2 + xy + y^2}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} = \\ & = \frac{2x^2 + 2y^2 - 4xy}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{2(x^2 + y^2 - 2xy)}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2(x-y)^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2(x-y)}{(x^2+xy+y^2)}.$$

№ 218.

$$\begin{aligned} \frac{ax+by}{(a-b)(x+y)} - \frac{bx-ay}{(a+b)(x+y)} &= \frac{(a+b)(ax+by) - (a-b)(bx-ay)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\ &= \frac{a^2x + aby + abx + b^2y - abx + a^2y + b^2x - aby}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\ &= \frac{a^2x + b^2x + b^2y + a^2y}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{x(a^2+b^2) + y(b^2+a^2)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\ &= \frac{(a^2+b^2)(x+y)}{(a^2-b^2)(x+y)} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}, \text{ т.е. эти выражения тождественно равны.} \end{aligned}$$

№ 219.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)} &= \\ &= \frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \\ &= \frac{-b^2(a-c) + b(a^2 - c^2) - ac(a-c)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{(a-c)[(-b^2 + ab + bc - ac)]}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \\ &= \frac{(b-c)(a-b)}{abc(a-b)(b-c)} = \frac{1}{abc}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} &= \\ &= \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} - \frac{y^2}{(x-y)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} = \\ &= \frac{x^2(y-z) - y^2(x-z) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \\ &= \frac{x^2y - x^2z - xy^2 + y^2z + xz^2 - yz^2}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \\ &= \frac{xy(x-y) - z(x-y)(x+y) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{(x-y)(xy - zx - zy + z^2)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{x(y-z) - z(y-z)}{(x-z)(z-y)} = \frac{(x-z)(y-z)}{(x-z)(z-y)} = 1.$$

№ 220.

$$\text{а) } \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 3} = \frac{x(x-3)}{x-3} + \frac{6}{x-3} = x + \frac{6}{x-3};$$

$$\text{б) } \frac{y^2 + 5y - 8}{y + 5} = \frac{y(y+5)}{y+5} - \frac{8}{y+5} = y - \frac{8}{y+5};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 + 7a + 2}{a + 6} = \frac{a^2 + 6a + a + 2}{a + 6} = \frac{a(a+6)}{a+6} + \frac{a+2}{a+6} = a + \frac{a+2}{a+6};$$

$$\text{г) } \frac{3b^2 - 10b - 1}{b - 3} = \frac{3b^2 - 9b - b - 1}{b - 3} = \frac{3b(b-3)}{b-3} - \frac{b+1}{b-3} = 3b - \frac{b+1}{b-3}.$$

№ 221.

$$1) \frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 25}{x - 5} + \frac{7x}{x - 5} = x + 5 + \frac{7x}{x - 5}; \text{ следовательно, ответ}$$

верный;

$$2) \frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 + 12x - 5x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 5x}{x - 5} + \frac{12x - 25}{x - 5} =$$

$$= \frac{x(x-5)}{x-5} + \frac{12x - 60 + 35}{x-5} = x + \frac{12x - 60}{x-5} + \frac{35}{x-5} =$$

$$= x + \frac{12(x-5)}{x-5} + \frac{35}{x-5} = x + 12 + \frac{35}{x-5}; \text{ следовательно, ответ верный;}$$

3) ответ неверный, т.к. подстановке $x = 1$,

$$\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} \Big|_{x=1} = \frac{17}{4}, \text{ а } -x + \frac{2x - 25}{x - 5} \Big|_{x=1} = \frac{19}{4}.$$

№ 222.

$$\text{а) } \frac{6x}{x+3} = \frac{6x+18-18}{x+3} = 6 - \frac{18}{x+3}, \text{ то есть тождество верно.}$$

$$\text{б) } \frac{ax}{x+b} = \frac{ax+ab-ab}{x+b} = \frac{a(x+b)-ab}{x+b} = a - \frac{ab}{x+b}, \text{ то есть тождество}$$

верно.

№ 223.

$$\text{а) } \frac{2x}{x+3} = 2 + \frac{a}{x+3}; \frac{2x}{x+3} - 2 = \frac{a}{x+3}; \frac{2x - 2x - 6}{x+3} = \frac{a}{x+3};$$

$$-\frac{6}{x+3} = \frac{a}{x+3}, \quad a = -6;$$

ОТВЕТ: $a = -6$.

$$\text{б) } \frac{x}{x-5} = 1 + \frac{a}{x-5}; \frac{x}{x-5} - 1 = \frac{a}{x-5}; \frac{x - x + 5}{x-5} = \frac{a}{x-5};$$

$$\frac{5}{x-5} = \frac{a}{x-5}, \quad a = 5;$$

ОТВЕТ: $a = 5$.

$$\text{в) } \frac{2x}{3-x} = \frac{a}{3-x} - 2; \frac{2x}{3-x} + 2 = \frac{a}{3-x}; \frac{2x + 6 - 2x}{3-x} = \frac{a}{3-x};$$

$$\frac{6}{3-x} = \frac{a}{3-x}, \quad a = 6;$$

ОТВЕТ: $a = 6$.

$$\text{г) } \frac{x+2}{5-x} = \frac{a}{5-x} - 1; \frac{x+2}{5-x} + 1 = \frac{a}{5-x}; \frac{x+2+5-x}{5-x} = \frac{a}{5-x};$$

$$\frac{7}{5-x} = \frac{a}{5-x}, \quad a = 7;$$

ОТВЕТ: $a = 7$.

№ 224.

$$\text{а) } \frac{5x}{x+2} = \frac{5(x+2)}{x+2} - \frac{10}{x+2} = 5 - \frac{10}{x+2};$$

$$\text{б) } \frac{-2x}{x-1} = \frac{-2(x-1)}{x-1} - \frac{2}{x-1} = -2 - \frac{2}{x-1};$$

$$\text{в) } \frac{2x}{5-x} = \frac{2(x-5)}{5-x} + \frac{10}{5-x} = -2 + \frac{10}{5-x};$$

$$\text{г) } \frac{x-3}{2-x} = \frac{x-2-1}{2-x} = \frac{x-2}{2-x} - \frac{1}{2-x} = -1 - \frac{1}{2-x}.$$

№ 225.

$$\text{а) } \frac{5n^2 + 2n + 3}{n} = \frac{5n^2}{n} + \frac{2n}{n} + \frac{3}{n} = 5n + 2 + \frac{3}{n} \quad - \text{целое при } n = \pm 1, \pm 3.$$

$$\text{б) } \frac{(n-3)^2}{n} = \frac{n^2 - 6n + 9}{n} = \frac{n^2}{n} - \frac{6n}{n} + \frac{9}{n} = n - 6 + \frac{9}{n} \text{ - целое при } n = \pm 1, \pm 3, \pm 9.$$

$$\text{в) } \frac{3n}{n+2} = \frac{3(n+2)}{n+2} - \frac{6}{n+2} = 3 - \frac{6}{n+2} \text{ - целое при } n = -8, 0, \pm 1, -3, \pm 4, -5.$$

$$\text{г) } \frac{7n}{n-4} = \frac{7(n-4)}{n-4} + \frac{28}{n-4} = 7 + \frac{28}{n-4} \text{ - целое при } n = 0, 2, \pm 3, 5, 6, 8, -10, 11, 18, -24, 32.$$

№ 226.

$$\text{а) } \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}; \quad \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a(x+3)+b(x-2)}{(x-2)(x+3)};$$

$$5x = a(x+3) + b(x-2); \quad 5x = ax + 3a + bx - 2b;$$

$$5x = (ax + bx) + 3a - 2b; \quad 5x = x(a+b) + 3a - 2b; \text{ запишем систему:}$$

$$\begin{cases} a+b=5, \\ 3a-2b=0; \end{cases} \quad \begin{cases} a=5-b, \\ 3(5-b)-2b=0; \end{cases} \quad 15-3b-2b=0; \quad b=3; \quad a=2;$$

Ответ: $b=3; a=2$.

$$\text{б) } \frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a}{x-5} - \frac{b}{x+2}; \quad 5x+31 = ax + 2a - bx + 5b;$$

$$5x+31 = ax - bx + 2a + 5b; \quad 5x+31 = x(a-b) + 2a + 5b;$$

запишем систему:

$$\begin{cases} a-b=5, \\ 2a+5b=31; \end{cases} \quad \begin{cases} a=b+5, \\ 2(b+5)+5b=31; \end{cases}$$

$$2b+10+5b=31; \quad 7b=21; \quad b=3; \quad a=8.$$

Ответ: $b=3; a=8$.

К ПАРАГРАФУ 3

№ 227.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{x^5+x^3}{x^4-x^2} \cdot \frac{x^6-x^3}{x^2+x^4} &= \frac{x^3(x^2+1)}{x^2(x^2-1)} \cdot \frac{x^3(x^3-1)}{x^2(x^2+1)} = \\ &= \frac{x^3(x^2+1)x^3(x^3-1)}{x^2(x^2-1)x^2(x^2+1)} = \frac{x^2(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2(x^2+x+1)}{x+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{2m^5 - 3m^4}{m^4 - 4m} \cdot \frac{m^4 + 2m^2}{3m^2 - 2m^3} = \frac{m^4(2m - 3)}{m(m^3 - 4)} \cdot \frac{m^2(m^2 + 2)}{m^2(3 - 2m)} = \\ & = -\frac{m^3(m^2 + 2)}{m^3 - 4} = \frac{m^3(m^2 + 2)}{4 - m^3}. \end{aligned}$$

№ 228.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{m^5 + m^4 + m^3}{m^3 + m^2} \cdot \frac{m^5 + m^3}{m^4 + m^3 + m^2} = \\ & = \frac{m^3(m^2 + m + 1)}{m^2(m + 1)} \cdot \frac{m^3(m^2 + 1)}{m^2(m^2 + m + 1)} = \frac{m^2(m^2 + 1)}{m + 1}; \\ \text{б)} \quad & \frac{n^2 - n^4 + n^6}{1 - n} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^5 - n^3 + n} = -\frac{n^2(n^4 - n^2 + 1)(n - 1)(n + 1)}{n(n - 1)(n^4 - n^2 + 1)} = -n(n + 1). \end{aligned}$$

№ 229.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{a^2 + ax + ab + bx}{a^2 - ax - ab + bx} \cdot \frac{a^2 - ax - bx + ab}{a^2 + ax - bx - ab} = \\ & = \frac{a(a + x) + b(a + x)}{x(b - a) + a(a - b)} \cdot \frac{-x(a + b) + a(a + b)}{a(a - b) + x(a - b)} = \\ & = \frac{(a + x)(a + b)(a + b)(a - x)}{(a - b)(a - x)(a - b)(a + x)} = \frac{(a + b)^2}{(a - b)^2}; \\ \text{б)} \quad & \frac{x^2 + ax - 3x - 3a}{x^2 - ax - 3x + 3a} \cdot \frac{x^2 + 4x - ax - 4a}{x^2 + 4x + ax + 4a} = \\ & = \frac{x(x + a) - 3(x + a)}{x(x - a) - 3(x - a)} \cdot \frac{x(x - a) + 4(x - a)}{x(x + a) + 4(x + a)} = \\ & = \frac{(x + a)(x - 3)(x - a)(x + 4)}{(x - a)(x - 3)(x + a)(x + 4)} = \frac{(x + a)(x - a)}{(x - a)(x + a)} = 1. \end{aligned}$$

№ 230.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{a - a^8}{a^6 + a^2} \cdot \frac{a^9 - a^2}{a^5 + a} = \frac{(a - a^8)(a^5 + a)}{(a^6 + a^2)(a^9 - a^2)} = \\ & = \frac{a(1 - a^7) \cdot a(a^4 + 1)}{a^2(a^4 + 1) \cdot a^2(a^7 - 1)} = -\frac{1}{a^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{9x^2 - x^6}{x^5 + x^7} \div \frac{x^4 - 3x^2}{x^9 + x^7} = \frac{(9x^2 - x^6)(x^9 + x^7)}{(x^5 + x^7)(x^4 - 3x^2)} = \\
 & = \frac{x^2(9 - x^4) \cdot x^7(x^2 + 1)}{x^5(x^2 + 1) \cdot x^2(x^2 - 3)} = \frac{(3 - x^2)(3 + x^2)(x^2 + 1) \cdot x^2}{(x^2 + 1)(x^2 - 3)} = -x^2(x^2 + 3).
 \end{aligned}$$

№ 231.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{x^2 - bx + ax - ab}{x^2 + bx - ax - ab} \div \frac{x^2 + bx + ax + ab}{x^2 - bx - ax + ab} = \\
 & = \frac{(x^2 - bx + ax - ab)}{(x^2 + bx - ax - ab)} \cdot \frac{(x^2 - bx - ax + ab)}{(x^2 + bx + ax + ab)} = \\
 & = \frac{[x(x - b) + a(x - b)][x(x - b) - a(x - b)]}{[x(x + b) - a(x + b)][x(x + b) + a(x + b)]} = \\
 & = \frac{(x - b)(x + a)(x - b)(x - a)}{(x + b)(x - a)(x + b)(x + a)} = \frac{(x - b)^2}{(x + b)^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{m^2 + m - mn - n}{m^2 + m + mn + n} \div \frac{m^2 - m - mn + n}{m^2 - m + mn - n} = \\
 & = \frac{(m^2 + m - mn - n)}{(m^2 + m + mn + n)} \cdot \frac{(m^2 - m - mn + n)}{(m^2 - m + mn - n)} = \\
 & = \frac{[m(m + 1) - n(m + 1)][m(m - 1) + n(m - 1)]}{[m(m + 1) + n(m + 1)][m(m - 1) - n(m - 1)]} = \\
 & = \frac{(m + 1)(m - n)(m - 1)(m + n)}{(m + 1)(m + n)(m - 1)(m - n)} = 1.
 \end{aligned}$$

№232

Учтем, что $m \neq n$, $-m \neq 0$, $n \neq 0$:

$$\begin{aligned} \frac{2}{mn} : \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) - \frac{m^2 + n^2}{(m-n)^2} &= \frac{2}{mn} : \left(\frac{n-m}{mn} \right) - \frac{m^2 + n^2}{(m-n)^2} = \\ &= \frac{2m^2n^2}{mn(n-m)^2} - \frac{m^2 + n^2}{(n-m)^2} = \frac{2mn}{(n-m)^2} - \frac{m^2 + n^2}{(n-m)^2} = \\ &= \frac{2mn - m^2 - n^2}{(n-m)^2} = -\frac{n^2 - 2mn + m^2}{(n-m)^2} = -\frac{(n-m)^2}{(n-m)^2} = -1, \end{aligned}$$

что не зависит от указанных переменных.

№233

$$\begin{aligned} \left(\frac{9}{n^2} + \frac{n}{3} \right) : \left(\frac{3}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \right) &= \frac{27 + n^3}{3n^2} : \frac{9 - 3n + n^2}{3n^2} = \\ &= \frac{(27 + n^3) \cdot 3n^2}{(9 - 3n + n^2) \cdot 3n^2} = \frac{(3+n)(9-3n+n^2)}{9-3n+n^2} = 3+n, \text{ натуральное при всех} \end{aligned}$$

натуральных n .

№234*

$$\begin{aligned} \left(a - \frac{a^2 + x^2}{a+x} \right) : \left(\frac{2a}{x} + \frac{4a}{a-x} \right) &= \frac{a(a+x) - (a^2 - x^2)}{a+x} \times \\ \times \frac{2a(a-x) + 4ax}{x(a-x)} &= \frac{a^2 + ax - a^2 - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 - 2ax + 4ax}{x(a-x)} = \\ &= \frac{ax - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 + 2ax}{x(a-x)} = \frac{x(a-x) \cdot 2a(a+x)}{(a+x) \cdot x(a-x)} = 2a, \text{ четное при всех целых} \end{aligned}$$

значениях a .

№235

$$\begin{aligned} \left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2 \right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} &= \\ &= \frac{(x+1)(x+3) + 8x - 4x(x+3)}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ &= \frac{x^2 + 3x + x + 3 + 8x - 4x^2 - 12x}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ &= \frac{-3x^2 + 3}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-3(x^2-1)(x+3)}{2x(x+3)(x+1)} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \\
&= \frac{-3(x-1)(x+1)}{2x(x+1)} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{-3(x-1)}{2x} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \\
&= \frac{-3x+3-x^2+5x-3}{2x} = \frac{-x^2+2x}{2x} = -\frac{x^2}{2x} + \frac{2x}{2x} = -\frac{x}{2} + 1, -
\end{aligned}$$

отрицательное число при любом $x > 2$.

№236

$$\begin{aligned}
&\text{a) } \left(a + 2b + \frac{4b^2}{a-2b} \right) : \left(a - \frac{2ab}{a+2b} \right) + 1 = \\
&= \frac{(a+2b)(a-2b) + 4b^2}{a-2b} : \frac{a(a+2b) - 2ab}{a+2b} + 1 = \\
&= \frac{a^2 - 4b^2 + 4b^2}{a-2b} : \frac{a^2 + 2ab - 2ab}{a+2b} + 1 = \\
&= \frac{a^2}{a-2b} : \frac{a^2}{a+2b} + 1 = \frac{a^2(a+2b)}{a^2(a-2b)} + 1 = \\
&= \frac{a+2b+a-2b}{a-2b} = \frac{2a}{a-2b};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{б) } \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} : \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y \right) = \\
&= \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y-2x(x^2-y^2)+3y(x^2-y^2)}{x^2-y^2} = \\
&= \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y-2x^3+2xy^2+3x^2y-3y^3}{x^2-y^2} = \\
&= \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{(2x-3y)(1-x^2+y^2)}{x^2-y^2} = \\
&= \frac{3}{x+y} - \frac{3(1-x^2+y^2)}{x+y} = \frac{3-3+3x^2-3y^2}{x+y} = \frac{3(x^2-y^2)}{x+y} = 3(x-y)
\end{aligned}$$

$$\text{в) } \left(\frac{5x^2-15xy}{x^2-9y^2} - \frac{3xy+9y^2}{x^2+6xy+9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{5x(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} - \frac{3y(x+3y)}{(x+3y)^2} \right) \cdot \frac{5x-3y}{xy} = \\
&= \left(\frac{5x}{x+3y} - \frac{3y}{x+3y} \right) \cdot \frac{5x-3y}{xy} = \frac{5x-3y}{x+3y} \cdot \frac{5x-3y}{xy} = \\
&= \frac{xy}{x+3y};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma) &\left(\frac{4a^2-6ac}{4a^2-12ac+9c^2} - \frac{6ac+9c^2}{4a^2+12ac+9c^2} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\
&= \left(\frac{2a(2a-3c)}{(2a-3c)^2} - \frac{3c(2a+3c)}{(2a+3c)^2} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\
&= \left(\frac{2a}{2a-3c} - \frac{3c}{2a+3c} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \frac{2a(2a+3c)-3c(2a-3c)}{(2a-3c)(2a+3c)} \times \\
&\times \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \frac{4a^2+6ac-6ac+9c^2}{(2a-3c)(2a+3c)} \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\
&= \frac{(4a^2+9c^2)(2a+3c)}{(2a-3c)(2a+3c)(4a^2+9c^2)} = \frac{3}{2a-3c}.
\end{aligned}$$

№237

$$\begin{aligned}
a) \quad ab + \frac{ab}{a+b} \left(\frac{a+b}{a-b} - a-b \right) &= ab + \frac{ab}{a+b} \cdot \frac{a+b-(a+b)(a-b)}{a-b} = \\
ab + \frac{ab(a+b)(1-(a-b))}{(a+b)(a-b)} &= ab + \frac{ab \cdot (1-a+b)}{a-b} = \\
&= \frac{ab(a-b) + ab(1-a+b)}{a-b} = \frac{a^2b - ab^2 + ab - a^2b + ab^2}{a-b} = \frac{ab}{a-b};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6) \quad &\left(\frac{y^2-xy}{x^2+xy} - xy + y^2 \right) \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \\
&= \frac{y^2-xy-(xy-y^2)(x^2+xy)}{x^2+xy} \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \\
&= \frac{-y(x-y)-y(x-y)(x^2+xy)}{x^2+xy} \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{-y(x-y)(1+x^2+xy)}{x(x+y)(x-y)} + \frac{y}{x+y} = \frac{-y-yx^2-xy^2+y}{x+y} =$$

$$= \frac{-(x^2y+xy^2)}{x+y} = -\frac{xy(x+y)}{x+y} = -xy;$$

$$\text{B)} \left(\frac{1}{(2a-b)^2} + \frac{2}{4a^2-b^2} + \frac{1}{(2a+b)^2} \right) \cdot \frac{4a^2+4ab+b^2}{16a} =$$

$$= \frac{(2a+b)^2 + 2(2a-b)(2a+b) + (2a-b)^2}{(2a-b)^2(2a+b)^2} \cdot \frac{(2a+b)^2}{16a} =$$

$$= \frac{16a^2(2a+b)^2}{(2a+b)^2(2a-b)^2 \cdot 16a} = \frac{a}{(2a-b)^2};$$

$$\text{r)} \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \left(\frac{1}{(c+2)^2} + \frac{1}{(c-2)^2} + \frac{2}{c^2-4} \right) =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \frac{(c-2)^2 + (c+2)^2 + 2(c-2)(c+2)}{(c-2)^2(c+2)^2} =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \frac{c^2-4c+4+c^2+4c+4+2c^2-8}{(c-2)^2(c+2)^2} =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \frac{4c^2}{(c-2)^2(c+2)^2} = \frac{4c^2(c+2)^2(c-2)^2}{4c^2(c-2)^4} = \frac{(c+2)^2}{(c-2)^2}.$$

№238

$$\text{a)} \left(x - \frac{4xy}{x+y} + y \right) \cdot \left(x + \frac{4xy}{x-y} - y \right) =$$

$$= \frac{x(x+y) - 4xy + y(x+y)}{x+y} \cdot \frac{x(x-y) + 4xy - y(x-y)}{x-y} =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x+y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x-y} = \frac{(x-y)^2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} =$$

$$= (x-y)(x+y) = x^2 - y^2;$$

$$\text{б)} \left(a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1 \right) : \left(1 - \frac{1}{1-a} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a(1-a) - (1-2a^2) + 1-a}{1-a} : \frac{1-a-1}{1-a} = \frac{a-a^2-1+2a^2+1-a}{1-a} : \frac{-a}{1-a} = \\
&= \frac{a^2}{1-a} : \left(-\frac{a}{1-a} \right) = -\frac{a^2(1-a)}{a(1-a)} = -a.
\end{aligned}$$

№239

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2-p^2} - \frac{2}{p+2q} = \frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{(2q-p)(2q+p)} - \frac{2}{p+2q} = \\
&= \frac{p+2q-6q-2(p-2q)}{(p-2q)(p+2q)} = \frac{p+2q-6q-2p+4q}{(p-2q)(p+2q)} = -\frac{p}{p^2-4q^2}; \\
&- \frac{1}{2p} \cdot \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1 \right) = -\frac{1}{2p} \cdot \frac{p^2+4q^2+p^2-4q^2}{p^2-4q^2} = \\
&= -\frac{1}{2p} \cdot \frac{2p^2}{p^2-4q^2} = -\frac{p}{p^2-4q^2}; \text{ тождество доказано.}
\end{aligned}$$

№240*

$$\begin{aligned}
a^3 + b^3 + \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3} \right) &= \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3} \right)^3; \\
a^3 + b^3 &= \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3} \right)^3 - \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3} \right)^3; \\
a^3 + b^3 &= \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3} - \frac{b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3}; \\
a^3 + b^3 &= \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3}; \\
(a^3 + b^3)(a^3 - b^3) &= a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3
\end{aligned}$$

Будем преобразовывать левую и правую части неравенства отдельно:

$$\begin{aligned}
1) \quad (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) &= (a^3 + b^3)(a^9 - 3a^6b^3 + 3a^3b^6 - b^6) = \\
&= a^{12} + a^9b^3 - 3a^9b^3 - 3a^6b^6 + 3a^6b^6 + 3a^3b^9 - a^3b^9 - b^{12} = \\
&= a^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 - b^{12};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3 = a^3(a^9 + 6a^6b^3 + 6a^3b^6 + 8b^9) - \\
 & - b^3(8a^9 + 6a^6b^3 + 6a^3b^6 + b^9) = a^{12} + 6a^9b^3 + 6a^6b^6 + 8a^3b^9 - \\
 & - 8a^9b^3 - 6a^6b^6 - 6a^3b^9 - b^{12} = a^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 - b^{12}.
 \end{aligned}$$

№241*

$$\begin{aligned}
 & \frac{\frac{3}{2}a^2 - 2ab + \frac{2}{3}b^2}{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2} + \frac{6b}{\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b} = \frac{9a^2 - 12ab + 4b^2}{6} : \frac{9a^2 - 4b^2}{36} + \\
 & + \frac{6b}{1} : \frac{3a + 2b}{4} = \frac{(3a - 2b)^2 \cdot 36}{6(9a^2 - 4b^2)} + \frac{4 \cdot 6b}{3a + 2b} = \frac{6(3a - 2b)^2}{(3a - 2b)(3a + 2b)} + \frac{24b}{3a + 2b} = \\
 & = \frac{6(3a - 2b)}{3a + 2b} + \frac{24b}{3a + 2b} = \frac{18a - 12b + 24b}{3a + 2b} = \frac{6(3a + 2b)}{3a + 2b} = 6, \text{ что не зависит}
 \end{aligned}$$

от a и b .

№242*

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \left(\frac{0,5b - 1,5}{0,5b^2 - 1,5b + 4,5} - \frac{2b - 6}{\frac{1}{3}b^3 + 9} \right) : \frac{b - 3}{0,8b^3 + 21,6} = \\
 & = \left(\frac{0,5(b - 3)}{0,5(b^2 - 3b + 9)} - \frac{2(b - 3)}{\frac{1}{3}(b^3 + 27)} \right) : \frac{b - 3}{0,8(b^3 + 27)} = \\
 & = \left(\frac{b - 3}{b^2 - 3b + 9} - \frac{6(b - 3)}{(b + 3)(b^2 - 3b + 9)} \right) : \frac{5(b - 3)}{4(b^3 + 27)} = \\
 & = \frac{(b + 3)(b - 3) - 6(b - 3)}{b^3 + 27} : \frac{5(b - 3)}{4(b^3 + 27)} = \\
 & = \frac{4[(b - 3)(b + 3 - 6)](b^3 + 27)}{5(b^3 + 27)(b - 3)} = \frac{4(b - 3)}{5}; \\
 б) \quad & \left(\frac{a}{0,5a + 1} + \frac{\frac{2}{3}a}{2 - a} + \frac{2a}{\frac{1}{4}a^2 - 1} \right) : \frac{0,5a - 1}{0,5a - 2} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{2a}{a+2} - \frac{2a}{3(a-2)} + \frac{8a}{(a-2)(a+2)} \right) \cdot \frac{a-2}{a-4} = \\
&= \frac{6a(a-2) - 2a(a+2) + 24a}{3(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a-2}{a-4} = \\
&= \frac{(4a^2 + 8a)(a-2)}{3(a-2)(a+2)(a-4)} = \frac{4a}{3(a-4)}.
\end{aligned}$$

В)

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{3,6xy + 2,1y^2}{1,44x^2 - 0,49y^2} + \frac{2x}{2,4x - 1,4y} \right) \cdot \frac{12x^2 - 7xy}{x + 3y} = \\
&= \left(\frac{3y(1,2x + 0,7y)}{(1,2x - 0,7y)(1,2x + 0,7y)} + \frac{2x}{2(1,2x - 0,7y)} \right) \cdot \frac{x(12x - 7y)}{x + 3y} = \\
&= \frac{3y(1,2x + 0,7y) + x(1,2x + 0,7y)}{(1,2x - 0,7y)(1,2x + 0,7y)} \cdot \frac{x(12x - 7y)}{x + 3y} = \\
&= \frac{(1,2x + 0,7y)(3y + x)}{(1,2x + 0,7y)(1,2x - 0,7y)} \cdot \frac{x(12x - 7y)}{x + 3y} = \\
&= \frac{(x + 3y) \cdot x(12x - 7y)}{(x + 3y)(1,2x - 0,7y)} = \frac{10x(12x - 7y)}{12x - 7y} = 10x
\end{aligned}$$

Г)

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{0,5x + y} - \frac{2y}{0,25x^2 + xy + y^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25x^2 - y^2} + \frac{1}{2y - x} \right) + 2 = \\
&= \left(\frac{1}{0,5(x + 2y)} - \frac{2y}{0,25(x + 2y)^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25(x - 2y)(x + 2y)} - \frac{1}{x - 2y} \right) + 2 = \\
&= \left(\frac{2}{x + 2y} - \frac{8y}{(x + 2y)^2} \right) : \left(\frac{2x}{(x - 2y)(x + 2y)} - \frac{1}{x - 2y} \right) + 2 = \\
&= \frac{2(x + 2y) - 8y}{(x + 2y)^2} : \frac{2x - x - 2y}{(x - 2y)(x + 2y)} + 2 = \\
&= \frac{2(x - 2y)}{(x + 2y)^2} : \frac{x - 2y}{(x - 2y)(x + 2y)} + 2 = \frac{2(x - 2y)}{(x + 2y)^2} : \frac{1}{x + 2y} + 2 = \\
&= \frac{2(x - 2y)(x + 2y)}{(x + 2y)^2} + 2 = \frac{2(x - 2y) + 2(x + 2y)}{x + 2y} = \frac{4x}{x + 2y}
\end{aligned}$$

№243*

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \frac{x - \frac{yz}{y-z}}{y - \frac{xz}{x-z}} &= \frac{\frac{xy - xz - yz}{y-z}}{\frac{xy - yz - xz}{x-z}} = \frac{(xy - xz - yz)(x-z)}{(xy - xz - yz)(y-z)} = \frac{x-z}{y-z}, \\
 \text{б) } \frac{\frac{a-x}{a+x} + \frac{x}{a-x}}{\frac{a}{a+x} - \frac{x}{a+x}} &= \frac{\frac{(a-x)(a-x) + ax}{a(a-x)}}{\frac{(a+x)^2 - ax}{a(a+x)}} = \\
 &= \frac{a(a^2 - 2ax + x^2 + ax)(a+x)}{a(a-x)(a^2 + 2ax + x^2 - ax)} = \frac{(a^2 - ax + x^2)(a+x)}{(a^2 + ax + x^2)(a-x)} = \frac{a^3 + x^3}{a^3 - x^3}, \\
 \text{в) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \\
 &= \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1}; \\
 \text{г) } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1-x}{x+1}} = \\
 &= \frac{x+1}{1} = x+1.
 \end{aligned}$$

№244

1. Точка $A(-4;1)$ принадлежит т.к. $1 = -\frac{4}{-4}$; $1=1$.
2. Точка $B(8;0,5)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{8} = -0,5 \neq 0,5$.
3. Точка $C(0;0)$ не принадлежит т.к. $x=0$ не входит в область определения функции.
4. Точка $D(0,01;-400)$ принадлежит т.к. $-400 = -\frac{4}{0,01}$.
5. Точка $E(16;1/4)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{16} = -\frac{1}{4} \neq \frac{1}{4}$.
6. Точка $F(40;0,1)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{40} = -0,1 \neq 0,1$.

7. Точка $G(1000; -0,004)$ принадлежит т.к. $-0,004 = -\frac{4}{1000}$.

8. Точка $K(-0,004; -1000)$ не принадлежит

$$\text{т.к. } \frac{-4}{-0,004} = 1000 \neq -1000.$$

№245

$$y = \frac{k}{x}; 18 = \frac{k}{-9}; k = 18 \cdot (-9); k = -162; y = -\frac{162}{x}.$$

№246

а) Точка $A(40; 0,025)$ принадлежит т.к. $0,025 = \frac{1}{40}$.

Б) Точка $B(0,03125; 32)$ принадлежит т.к. $32 = \frac{1}{0,03125}$;

в) Точка $C(0,016; 6\frac{1}{4})$ не принадлежит т.к. $\frac{1}{0,016} = 62,5 \neq 6,25 = 6\frac{1}{4}$.

г) Точка $D(0,125; 0,8)$ не принадлежит т.к. $\frac{1}{0,125} = 8 \neq 0,8$

№247

Подставим координаты точки $A(10; 2,4)$ в уравнение функции и найдем k :

$$y = \frac{k}{x}; 2,4 = \frac{k}{10}; k = 2,4 \cdot 10 = 24, \text{ т.е. } y = \frac{24}{x}.$$

а) Точка $B(1; 24)$ принадлежит т.к. $24 = \frac{24}{1}$;

б) Точка $C\left(-\frac{1}{5}; -120\right)$ принадлежит т.к. $-120 = \frac{24}{-\frac{1}{5}}$;

в) Точка $D(-2; 12)$ не принадлежит т.к. $\frac{24}{-2} = -12 \neq 12$;

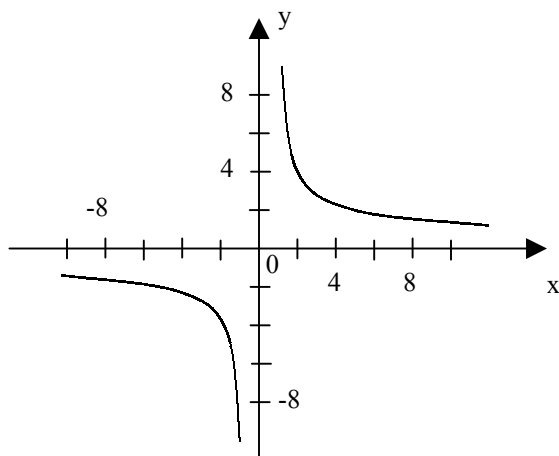
№248*

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= \frac{36}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = \frac{36}{(x+1+x-1)(x+1-x+1)} = \\ &= \frac{36}{2x \cdot 2} = \frac{36}{4x} = \frac{9}{x}. \end{aligned}$$

Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

x	-9	-3	-1	1	3	9
y	-1	-3	-9	9	3	1

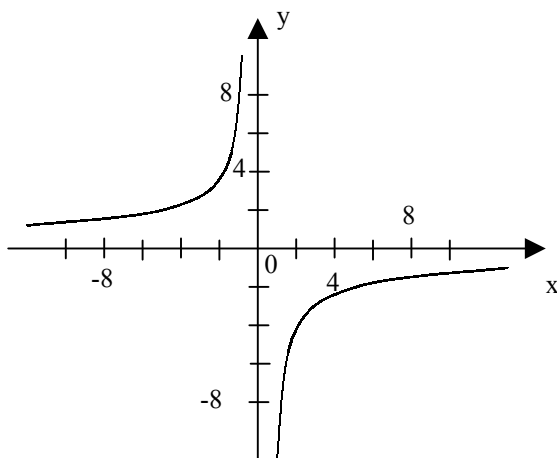


$$\begin{aligned} \text{б) } y &= \frac{18-12x}{x^2-3x} - \frac{6}{3-x} = \frac{18-2x}{x(x-3)} - \frac{6}{3-x} = \\ &= \frac{18-12x+6x}{x(x-3)} = \frac{18-6x}{x(x-3)} = \frac{6(3-x)}{x(x-3)} = -\frac{6}{x}. \end{aligned}$$

Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	2	3	6	-6	-3	-2

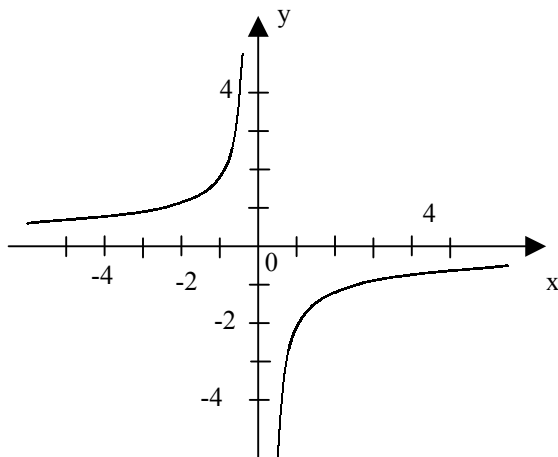


$$\begin{aligned} \text{в) } y &= \frac{16}{(2-x)^2 - (2+x)^2} = \\ &= \frac{16}{(2-x+2+x)(2-x-2-x)} = \frac{16}{4(-2x)} = \frac{16}{-8x} = -\frac{2}{x}. \end{aligned}$$

Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y	1	2	4	-4	-2	-1

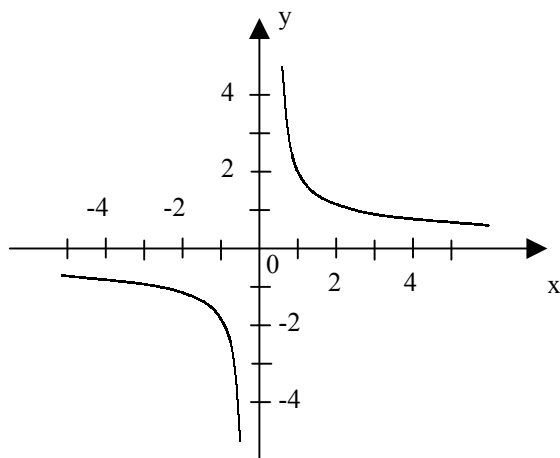


$$\begin{aligned} \text{г) } y &= \frac{3x(x+1) - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \\ &= \frac{3x^2 + 3x - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x + 15}{x(x+5)} = \frac{3(x+5)}{x(x+5)} = \frac{3}{x}. \end{aligned}$$

Область определения: $x \neq 0$.

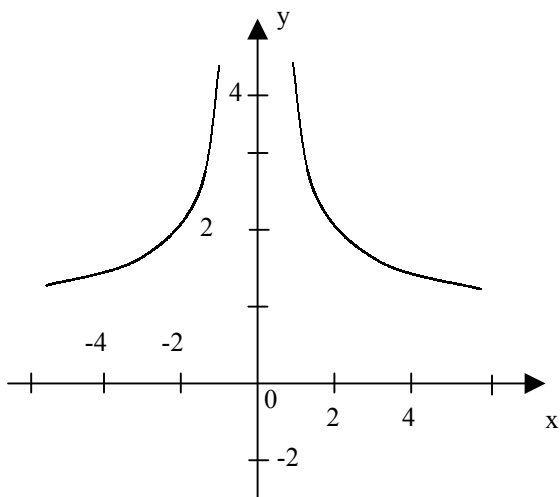
Построим график функции по точкам:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-1	-1,5	-3	3	1,5	1

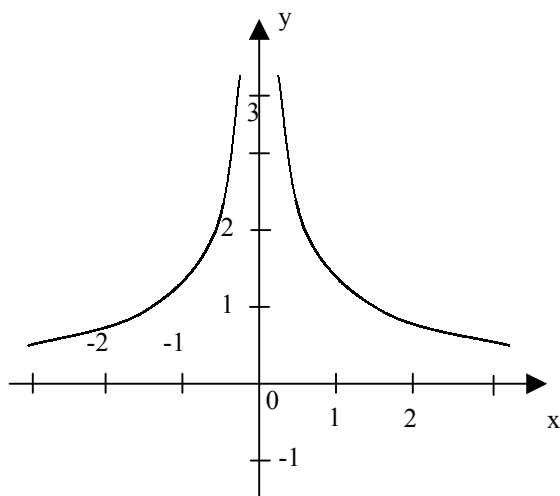


№249*

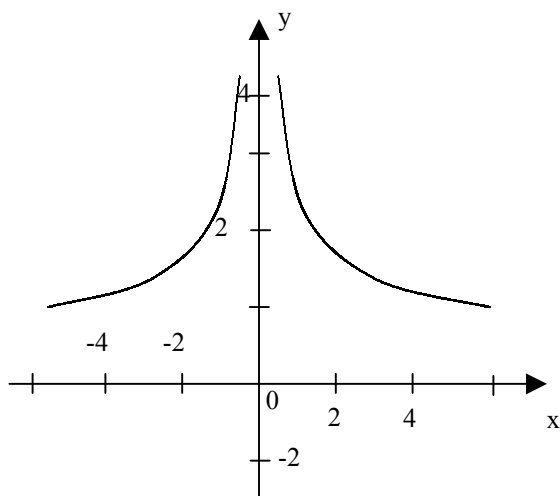
a) $y = \frac{4}{|x|}$



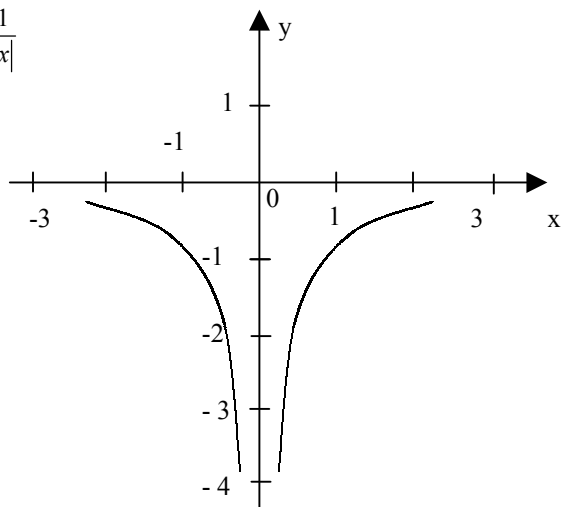
$$6) y = \frac{2,4}{|x|}$$



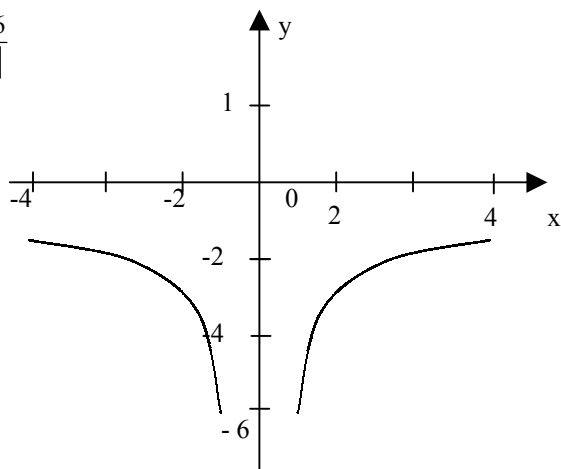
$$B) y = \frac{1}{|x|}$$



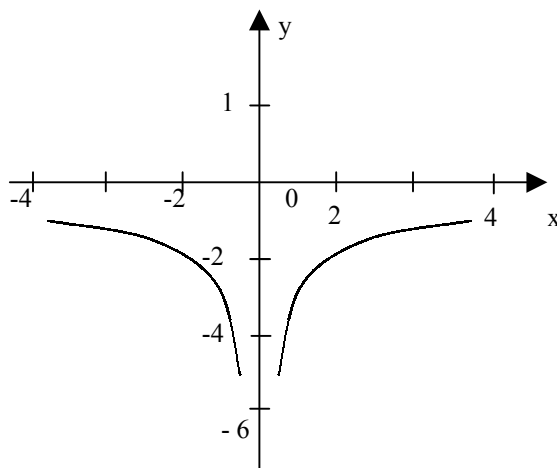
$$r) y = -\frac{1}{|x|}$$



$$д) y = \frac{-6}{|x|}$$



е) $y = \frac{-3,6}{|x|}$



№250*

а) Подставим координаты точки P в уравнение гиперболы и найдем k :

$$y = \frac{k}{x}; 1 = \frac{k}{2}; k=2; \text{ затем подставим их в уравнение прямой и}$$

найдем b : $y = kx + b$; $1 = 2 \cdot 2 + b$; $b = 1 - 4 = -3$.

б) Подставим координаты точки Q в уравнение гиперболы и найдем k :

$$y = \frac{k}{x}; 3 = \frac{k}{-2}; k = -6; \text{ затем подставим их в уравнение прямой и}$$

найдем b : $y = kx + b$; $3 = (-6) \cdot (-2) + b$; $3 = 12 + b$; $b = 3 - 12 = -9$.

в) Подставим координаты точки R в уравнение гиперболы и найдем k :

$$y = \frac{k}{x}; 1 = \frac{k}{-1}; k = -1; \text{ затем подставим их в уравнение прямой и}$$

найдем b : $y = kx + b$; $1 = (-1) \cdot (-1) + b$; $1 = 1 + b$; $b = 0$.

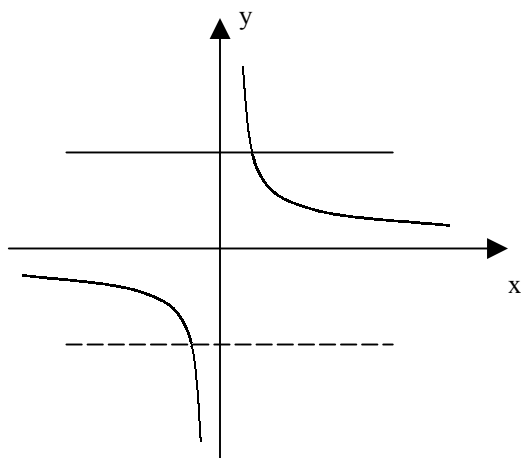
№251*

а) Только в 1 точке – да;

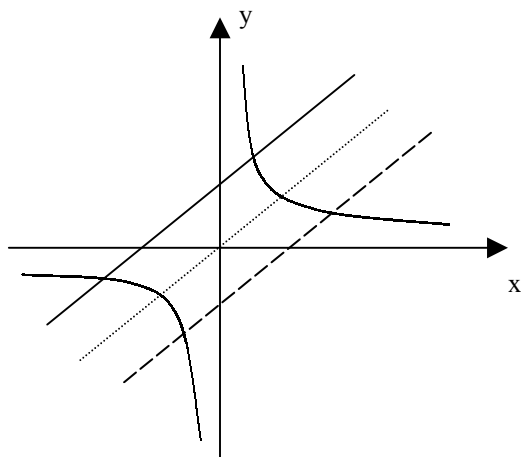
б) только в 2 точках – да;

в) в 3 точках – нет.

а)



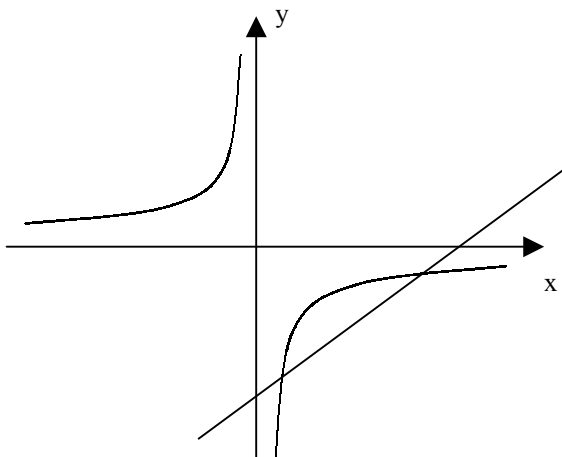
б)



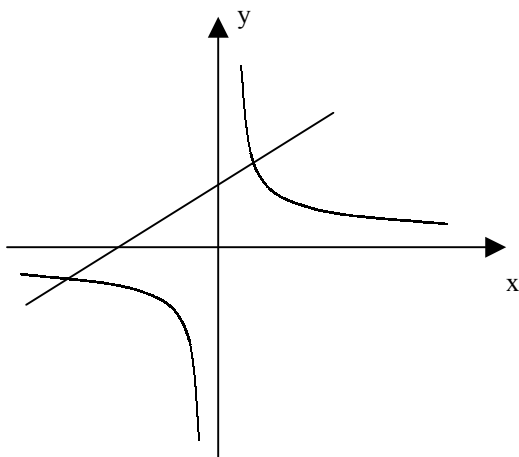
№252*

- а) В одной четверти – да;
- б) в I и II четвертях – нет;
- в) в I и III четвертях – да.

а)



в)



ГЛАВА II. Квадратные корни
§4. Действительные числа.
9. Рациональные числа.

№253

а) Натуральные числа: 10; 15;

б) целые числа: -100; -2; 0; 10; 15;

в) рациональные числа: -100 ; $-14,5$; -2 ; $-\frac{2}{3}$; 0 ; 10 ; 15 ; $20\frac{1}{6}$.

№255

а) $27 \in N$ – да;

б) $2,7 \notin N$ – да;

в) $0 \in Z$ – да;

г) $-8 \notin Z$ – нет.

№256

а) $-4 \in N$ – нет; $-4 \in Z$ – да; $-4 \in Q$ – да;

б) $5,6 \notin N$ – да; $5,6 \in Z$ – нет; $5,6 \in Q$ – да;

в) $28 \in N$ – да; $28 \in Z$ – да; $28 \in Q$ – да;

№257

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}; 1\frac{2}{5} = \frac{14}{10}; 1\frac{2}{5} = \frac{21}{15};$$

$$0,3 = \frac{3}{10}; 0,3 = \frac{6}{10}; 0,3 = \frac{18}{60};$$

$$-3\frac{1}{4} = -\frac{13}{4}; -3\frac{1}{4} = -\frac{26}{8}; -3\frac{1}{4} = -\frac{39}{12};$$

$$-27 = -\frac{27}{1}; -27 = -\frac{54}{2}; -27 = -\frac{81}{3};$$

$$0 = \frac{0}{1}; 0 = \frac{0}{5}; 0 = \frac{0}{13}.$$

№258

$$36 = \frac{36}{1}; -45 = -\frac{45}{1}; 4,2 = 4\frac{1}{5} = \frac{21}{5}$$

$$-0,8 = -\frac{4}{5}; 15\frac{1}{6} = \frac{91}{6}; -\frac{2}{9} = -\frac{2}{9}.$$

№259

$$\text{а) } \frac{1}{3} = 0,(3);$$

$$\text{б) } \frac{5}{6} = 0,8(3);$$

$$\text{в) } \frac{1}{7} = 0,(142857);$$

$$\text{г) } -\frac{20}{9} = -2,(2);$$

$$\text{д)} -\frac{8}{15} = -0,5(3);$$

$$\text{е)} 10,28 = 10,28(0);$$

$$\text{ж)} -17 = -17,(0);$$

$$\text{з)} \frac{3}{16} = 0,1875(0);$$

$$\text{и)} -1\frac{3}{40} = -\frac{43}{40} = -1,075(0);$$

$$\text{к)} 2\frac{7}{11} = \frac{29}{11} = 2,6(36);$$

№260

$$\text{а)} \frac{5}{3} = 1,(6);$$

$$\text{б)} \frac{7}{30} = 0,2(3);$$

$$\text{в)} \frac{3}{7} = 0,4285...;$$

$$\text{г)} -\frac{5}{8} = -0,625(0);$$

$$\text{д)} 1,347 = 1,347(0);$$

$$\text{е)} -125 = -125,(0);$$

№261

$$\text{а)} 0,013 < 0,1004;$$

$$\text{б)} -24 < 0,003;$$

$$\text{в)} -3,24 > -3,42;$$

$$\text{г)} \frac{3}{8} = 0,375;$$

$$\text{д)} -1,174 > -1\frac{7}{40};$$

$$\text{е)} 0,9(09) < 0,91(6).$$

№262

$$\text{а)} 1,009 < 1,011;$$

$$\text{б)} -2,005 > -2,04;$$

$$\text{в)} -1\frac{3}{4} = -1,75;$$

г) $\frac{7}{16} = 0,4375 > 0,437$.

Упражнения для повторения

а)
$$\frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{a(a+b) + 3a(a-b) - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab + 3a^2 - 3ab - 2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{4a^2 - 4ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a}{a+b};$$

б)
$$\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1} = -\frac{1 \cdot (1-x) \cdot x}{x(1+x)(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

№266

а) Четные числа можно представить в виде $2n$ и $2m$; их сумма равна $2m+2n=2(n+m)$, - четное число.

б) Четное число можно представить в виде $2n$, а нечетное - в виде $2m+1$; их сумма равна: $2n+(2m+1)=2n+2m+1=2(n+m)+1$, - нечетное число.

№267

а) $(2n)^2=4n^2$, - четное число.

б) $(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4n(n+1)+1$, - нечетное число.

№268

а) $|10|=10$; $|0,3|=0,3$; $|0|=0$; $|-2,7|=2,7$; $|-9|=9$;

б) $|x|=6 \Rightarrow x=\pm 6$; $|x|=3,2 \Rightarrow x=\pm 3,2$; $|x|=0 \Rightarrow x=0$.

№269

а) при $a>0$: $|a|=a$;

б) при $c<0$: $|c|=-c$;

в) при $b<0$: $|2b|=-2b$;

г) при $c\geq 0$: $|3c|=3c$;

10. Иррациональные числа

№272

Рациональные числа: $\frac{1}{7}$; 0; 0,25; -2,(3); 4,2(51); 217;

иррациональные числа: $0,818118111\dots$; π .

№273

- а) $7,16 \in N$ - нет; $7,16 \in Z$ - нет; $7,16 \in Q$ - да; $7,16 \in R$ - да;
б) $409 \in N$ - да; $409 \in Z$ - да; $409 \in Q$ - да; $409 \in R$ - да;
в) $\pi \in N$ - нет; $\pi \in Z$ - нет; $\pi \in Q$ - нет; $\pi \in R$ - да.

№274

- а) $7,653\dots > 7,563\dots$;
б) $0,123\dots > 0,114\dots$;
в) $-48,075 > -48,275\dots$;
г) $-1,444\dots > -1,456\dots$

№275

- а) $1,(56)$;
б) $-4,45$;
в) $1,6668$;
г) $-\frac{5}{22}$;

- д) $\pi = 3,14159\dots$;
е) π ;

№276

- а) $9,835\dots < 9,847$;
б) $-1,(27) < 1,272$;
в) $2\frac{1}{7} = 2,1428\dots > 2,142$;
г) $1,(375) > 1\frac{3}{8} = 1,375$.

№279

- а) $a = 1,0539\dots \approx 1,1$; $b = 2,0610\dots \approx 2,1$; $a + b \approx 1,1 + 2,1 = 3,2$;
б) $a = 1,0539\dots \approx 1,05$; $b = 2,0610\dots \approx 2,06$; $a + b \approx 1,05 + 2,06 = 3,11$
в) $a = 1,0539\dots \approx 1,054$; $b = 2,0610\dots \approx 2,061$ $a + b \approx 1,054 + 2,061 = 3,115$

№280

- а) $a = 59,678\dots \approx 59,7$; $b = 43,123\dots \approx 43,1$; $a - b \approx 59,7 - 43,1 = 16,6$;
б) $a = 59,678\dots \approx 59,68$; $b = 43,123\dots \approx 43,12$;
 $a - b \approx 59,68 - 43,12 = 16,56$.

№281

Пусть r - радиус окружности. Тогда ее длина
 $C = 2\pi r$; $\pi \approx 3,14$; $C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 4,5 = 6,28 \cdot 4,5 = 28,26$ (см).

№282

Пусть r - радиус круга. Тогда его площадь

$$S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 10^2 = 3,14 \cdot 100 = 314 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Упражнения для повторения

№283

$$\left(\frac{a+b}{b} - \frac{a}{a+b} \right) : \left(\frac{a+b}{a} - \frac{b}{a+b} \right) = \frac{(a+b)^2 - ab}{b(a+b)} : \frac{(a+b)^2 - ab}{a(a+b)} =$$

$$= \frac{a(a+b)((a+b)^2 - ab)}{b(a+b)((a+b)^2 - ab)} = \frac{a}{b}$$

№284

- 1) $x = -2,5$; $|2x-8| = |2 \cdot (-2,5) - 8| = |-5-8| = |-13| = 13$;
- 2) $x=0$; $|2x-8| = |2 \cdot 0 - 8| = |-8| = 8$;
- 3) $x=4$; $|2x-8| = |2 \cdot 4 - 8| = |8-8| = |0| = 0$;
- 4) $x=5$; $|2x-8| = |2 \cdot 5 - 8| = |10-8| = |2| = 2$;
- 5) $x=9,5$; $|2x-8| = |2 \cdot 9,5 - 8| = |11| = 11$;

№285

- а) $|ab| = ab$;
- б) $|ab| = -ab$.

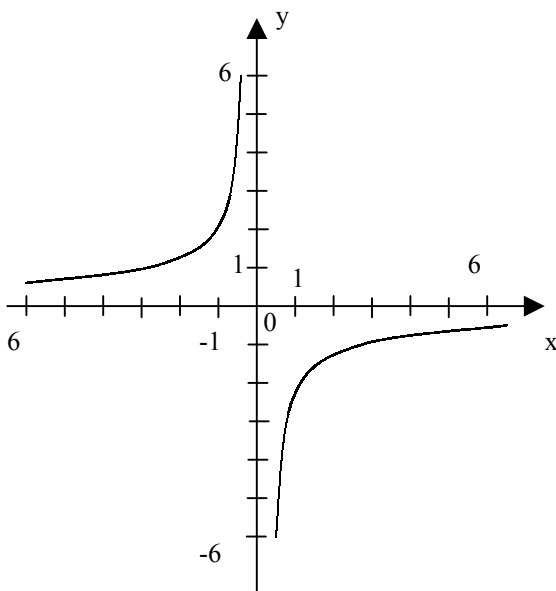
№286

Найдем k :

$$-0,5 = \frac{k}{4}; k = -0,5 \cdot 4 = -2; y = -\frac{2}{x}.$$

Область определения: $x \neq 0$

x	1	2	4	1/2	-1	-2	-4
y	-2	-1	-1/2	-4	2	1	1/2



§5 Арифметический квадратный корень

11. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень.

№287

а) $5 > 0$ и $5^2 = 25$, следовательно, число 5 - арифметический квадратный корень из 25;

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	1/2	1	2	-2	-1	-1/2

б) $0,3 > 0$ и $0,3^2 = 0,09$ следовательно, число 0,1 - арифметический квадратный корень из 0,09;

в) $-7 < 0$ следовательно число -7 не является арифметическим квадратным корнем из 49;

г) $0,6^2 = 0,36 \neq 36$ следовательно число 0,6 не является арифметическим квадратным корнем из 36;

№288

а) $11 > 0$ и $11^2 = 121$;

б) $13 > 0$ и $13^2 = 169$;

в) $1,2 > 0$ и $1,2^2 = 1,44$;

г) $0,7 > 0$ и $0,7^2 = 0,49$.

№289

а) $\sqrt{81} = 9$;

б) $\sqrt{64} = 8$;

в) $\sqrt{36} = 6$;

г) $\sqrt{1600} = 40$;

д) $\sqrt{2500} = 50$;

е) $\sqrt{10000} = 100$;

ж) $\sqrt{0,04} = 0,2$;

з) $\sqrt{0,25} = 0,5$;

и) $\sqrt{0,81} = 0,9$;

к) $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$;

л) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$;

м) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$;

№290

а) $\sqrt{400} = 20$;

б) $\sqrt{900} = 30$;

в) $\sqrt{4900} = 70$;

г) $\sqrt{0,01} = 0,1$;

д) $\sqrt{0,16} = 0,4$;

е) $\sqrt{0,64} = 0,8$;

ж) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}$;

з) $\sqrt{\frac{121}{64}} = \frac{11}{8}$;

и) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$;

$$\kappa) \sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

№291

а) при $a=32$, $b=4$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{32+4} = \sqrt{36} = 6$;

при $a=33$, $b=-8$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{33-8} = \sqrt{25} = 5$;

при $a=0,65$, $b=0,16$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{0,65+0,16} = \sqrt{0,81} = 0,9$;

при $a=-25$, $b=26$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{-25+26} = \sqrt{1} = 1$

б) при $x=7$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 7 - 5} = \sqrt{21-5} = \sqrt{16} = 4$;

при $x=23$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 23 - 5} = \sqrt{69-5} = \sqrt{64} = 8$;

при $x=1,83$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 1,83 - 5} = \sqrt{5,49-5} = \sqrt{0,49} = 0,7$.

в) при $x=0$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{0} = 0 + 0 = 0$;

при $x=0,01$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,01 + \sqrt{0,01} = 0,01 + 0,1 = 0,11$;

при $x=0,36$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,36 + \sqrt{0,36} = 0,36 + 0,6 = 0,96$.

при $x=0,64$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,64 + \sqrt{0,64} = 0,64 + 0,8 = 1,44$;

при $x=1$ получаем: $x + \sqrt{x} = 1 + \sqrt{1} = 1 + 1 = 2$;

при $x=25$ получаем: $x + \sqrt{x} = 25 + \sqrt{25} = 25 + 5 = 30$;

при $x=100$ получаем: $x + \sqrt{x} = 100 + \sqrt{100} = 100 + 10 = 110$;

при $x=3600$ получаем: $x + \sqrt{x} = 3600 + \sqrt{3600} = 3600 + 60 = 3660$

№292

а) при $x=25$, $y=0$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{25} + \sqrt{0} = 5$;

при $x=0$, $y=1$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1$;

при $x=\frac{9}{25}$, $y=0,36$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{0,36} = \frac{3}{5} + 0,6 =$

$$= 0,6 + 0,6 = 1,2$$

б) при $a=0$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 0} = \sqrt{4-0} = 2$;

при $a=2$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 2} = \sqrt{4-4} = 0$;

при $a=1,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 1,5} = \sqrt{4-3} = 1$;

при $a=-22,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot (-22,5)} = \sqrt{4+45} = 7$;

№293

а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$;

б) $\sqrt{81} : \sqrt{100} = 9 : 10 = 0,9$;

в) $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} = 0,3 + 0,5 = 0,8$;

г) $\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01} = 0,2 - 0,1 = 0,1$;

д) $3\sqrt{9} - 16 = 3 \cdot 3 - 16 = 9 - 16 = -7$;

е) $-7\sqrt{0,36} + 5,4 = -7 \cdot 0,6 + 5,4 = -4,2 + 5,4 = 1,2$;

ж) $0,1\sqrt{400} + 0,2\sqrt{1600} = 0,1 \cdot 20 + 0,2 \cdot 40 = 2 + 8 = 10$;

з) $\frac{1}{3}\sqrt{0,36} + \frac{1}{5}\sqrt{900} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{5} \cdot 30 - 0,2 + 6 = 6,2$;

№294

а) $0,6\sqrt{36} = 0,6 \cdot 6 = 3,6$;

б) $-2,5\sqrt{25} = -2,5 \cdot 5 = -12,5$;

в) $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16} = 0,7 + 0,4 = 1,1$;

г) $\sqrt{0,64} - \sqrt{0,04} = 0,8 - 0,2 = 0,6$;

д) $-\sqrt{0,0036} + \sqrt{0,0025} = -0,06 + 0,05 = -0,01$;

е) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,0001} = 0,1 - 0,01 = 0,09$;

ж) $\frac{1}{3}\sqrt{0,81} - 1 = \frac{1}{3} \cdot 0,9 - 1 = 0,3 - 1 = -0,7$;

з) $4 - 10\sqrt{0,01} = 4 - 10 \cdot 0,1 = 4 - 1 = 3$.

№296

а) Да;

б) нет;

в) да;

г) да;

д) да;

е) нет.

№297

1) $\sqrt{a} = 0$; $(\sqrt{a})^2 = 0^2$; $a = 0$;

2) $\sqrt{a} = 1$; $(\sqrt{a})^2 = 1^2$; $a = 1$;

- 3) $\sqrt{a} = 3$; $(\sqrt{a})^2 = 3^2$; $a = 9$;
 4) $\sqrt{a} = 10$; $(\sqrt{a})^2 = 10^2$; $a = 100$;
 5) $\sqrt{a} = 0,6$; $(\sqrt{a})^2 = 0,6^2$; $a = 0,36$.

№298

- а) $\sqrt{x} = 4$; $(\sqrt{x})^2 = 4^2$; $x = 16$;
 б) $\sqrt{x} = 0,5$; $(\sqrt{x})^2 = 0,5^2$; $x = 0,25$;
 в) $2\sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = 0$; $x = 0$;
 г) $4\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{4}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$; $x = \frac{1}{16}$;
 д) $\sqrt{x} - 8 = 0$; $\sqrt{x} = 8$; $(\sqrt{x})^2 = 8^2$; $x = 64$
 е) $3\sqrt{x} - 2 = 0$; $3\sqrt{x} = 2$; $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $x = \frac{4}{9}$.

№299

- а) $\sqrt{x} = 0,1$; $(\sqrt{x})^2 = (0,1)^2$; $x = 0,01$;
 б) нет;
 в) нет;
 г) $\sqrt{x} - 3 = 0$; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$.

№300

- а) $\sqrt{x} = 11$; $(\sqrt{x})^2 = 11^2$; $x = 121$;
 б) $10\sqrt{x} = 3$; $\sqrt{x} = \frac{3}{10}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2$; $x = \frac{9}{100}$;
 в) $\sqrt{x} = 20$ - такого значения x не существует;
 г) $2\sqrt{x} - 1 = 0$; $2\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{4}$;
 д) $5 - \sqrt{x} = 0$; $-\sqrt{x} = -5$; $\sqrt{x} = 5$; $x = 25$;
 е) $2 + \sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = -2$ - такого значения x не существует.

№301

- а) $\sqrt{3+5x} = 7$; $(\sqrt{3+5x})^2 = 7^2$;

$$3 + 5x = 49; \quad 5x = 46; \quad x = 9,2;$$

$$б) \sqrt{10x-14} = 11; \quad (\sqrt{10x-14})^2 = 11^2;$$

$$10x - 14 = 121; \quad x = 13,5;$$

$$в) \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0; \quad \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}; \quad x = 1,5.$$

Упражнения для повторения.

№302

а)

$$x = -2,5; \quad y \approx 6,25;$$

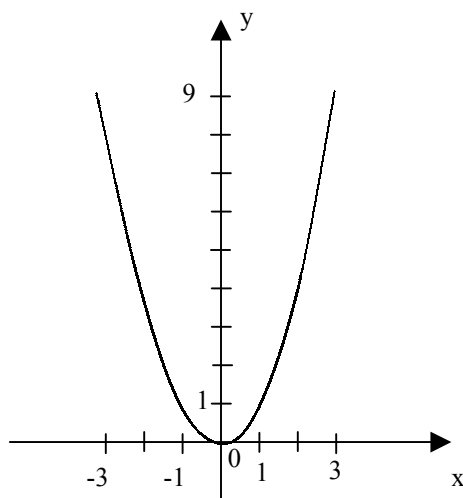
$$x = -1,3; \quad y \approx 1,7;$$

$$x = -0,8; \quad y \approx 0,65;$$

$$x = 0,6; \quad y \approx 0,35;$$

$$x = 1,7; \quad y \approx 2,8;$$

$$x = 2,3; \quad y \approx 5,2;$$



б)

$$y = 1; \quad x_{1,2} = \pm 1;$$

$$y = 2; x_{1,2} \approx \pm 1,4;$$

$$y = 5; x_{1,2} \approx \pm 2,2;$$

$$y = 7,5; x_{1,2} \approx \pm 2,8;$$

в)

$$(-1,4)^2 \approx 2;$$

$$(-0,8)^2 \approx 0,65;$$

$$(1,2)^2 \approx 1,45;$$

$$(-2,8)^2 \approx 7,65;$$

г)

$$\sqrt{0,5} \approx 0,7;$$

$$\sqrt{2,5} \approx 1,6;$$

$$\sqrt{3} \approx 1,75;$$

$$\sqrt{4} \approx 2;$$

$$\sqrt{5} \approx 2,2;$$

$$\sqrt{9} = 3.$$

№303

$$\begin{aligned} \left(x-1 + \frac{1}{1-x} \right) \cdot \frac{x^2-x}{(2-x)^2} &= \frac{x(1-x)-1(1-x)+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \\ &= \frac{x-x^2-1+x+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \frac{-x^2+2x}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \\ &= \frac{x(x-2) \cdot x(x-1)}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{x^2}{x-2}. \end{aligned}$$

Подставим $x = -2$ получим: $\frac{x^2}{x-2} = \frac{(-2)^2}{-2-2} = \frac{4}{-4} = -1.$

№304

а) $|a^2| = a^2;$

б) при $a > 0 : |a^3| = a^3;$

в) при $a < 0 : |a^3| = -a^3;$

12. Уравнение $x^2 = a$

№305

а) $x^2 = 81$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{81} = \pm 9$;

б) $x^2 = 18$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \cdot 2} = \pm 3\sqrt{2}$;

в) $x^2 = 0$; $x = 0$;

г) $x^2 = -25$; уравнение не имеет корней.

№306

а) $x^2 = 36$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$;

б) $x^2 = 0,49$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$;

в) $x^2 = 121$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{121} = \pm 11$;

г) $x^2 = 11$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$;

д) $x^2 = 8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 2} = \pm 2\sqrt{2}$;

е) $x^2 = 2,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2,5} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$;

№307

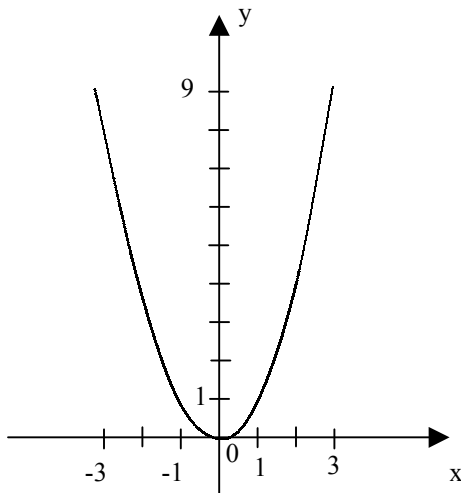
Нарисуем график и найдем приближенные значения:

а) $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,7$;

б) $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,2$;

в) $x^2 = 4,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,1$;

г) $x^2 = 8,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{8,5}$; $x_{1,2} \approx 2,9$.



№308

Нарисуем график и найдем приближенные значения:

а) $x^2 = 3,6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3,6}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,85$;

б) $x^2 = 2,8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2,8}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,65$;

в) $x^2 = 1,4$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{1,4}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,2$;

г) $x^2 = 6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{6}$; $x_{1,2} \approx 2,45$.

№309

а) $x^2 - 0,01 = 0,03$;

$x^2 = 0,03 + 0,01 = 0,04$;

$x_{1,2} = \pm\sqrt{0,04} = \pm 0,2$;

б) $80 + y^2 = 81$; $y^2 = 81 - 80 = 1$;

$y_{1,2} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$;

в) $19 + c^2 = 10$; $c^2 = 10 - 19 = -9$; уравнение корней не имеет;

г) $20 - b^2 = -5$; $b^2 = 5 + 20 = 25$;

$b_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

д) $3x^2 = 1,47$; $x^2 = 1,47 : 3 = 0,49$;

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7;$$

$$\text{е) } \frac{1}{4}a^2 = 10; a^2 = 10 : \frac{1}{4} = 40;$$

$$a_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 10} = \pm 2\sqrt{10};$$

$$\text{ж) } \frac{1}{2}x^2 = 32; x^2 = 32 : \frac{1}{2} = 64;$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8;$$

$$\text{з) } -5y^2 = 1,8; y^2 = -(1,8 : 5) = -0,36; \text{уравнение корней не имеет};$$

№310

$$\text{а) } 16 + x^2 = 0; x^2 = -16; \text{уравнение корней не имеет};$$

$$\text{б) } 0,3x^2 = 0,027; x^2 = 0,027 : 0,3 = 0,09;$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{0,09} = \pm 0,3;$$

$$\text{в) } 0,5x^2 = 30; x^2 = 30 : 0,5 = 60;$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 15} = \pm 2\sqrt{15};$$

$$\text{г) } -5x^2 = \frac{1}{20}; x^2 = -\frac{1}{20} : 5; x^2 = -\frac{1}{100}; \text{уравнение корней не имеет.}$$

№311

$$\text{а) } (x-3)^2 = 25; x-3 = \pm\sqrt{25} = \pm 5;$$

$$1) \quad x-3 = 5; x = 5+3; x_1 = 8;$$

$$2) \quad x-3 = -5; x = -5+3; x_2 = -2;$$

$$\text{б) } (x+4)^2 = 9; x+4 = \pm\sqrt{9} = \pm 3;$$

$$1) \quad x+4 = 3; x = 3-4; x_1 = -1;$$

$$2) \quad x+4 = -3; x = -3-4; x_2 = -7;$$

$$\text{в) } (x-6) = \sqrt{7}; x-6 = \pm\sqrt{7}$$

$$1) \quad x-6 = \sqrt{7}; x_1 = \sqrt{7}+6;$$

$$2) \quad x-6 = -\sqrt{7}; x_2 = -\sqrt{7}+6;$$

$$\text{г) } (x+2)^2 = 6; x+2 = \pm\sqrt{6};$$

$$1) \quad x+2 = \sqrt{6}; x_1 = \sqrt{6}-2;$$

$$2) \quad x+2 = -\sqrt{6}; x_2 = -\sqrt{6}-2;$$

№312

- 1) При $x=-3,4$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5(-3,4)} = \sqrt{8+17} = \sqrt{25} = 5$;
- 2) При $x=0$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 0} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$;
- 3) При $x=1,2$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 1,2} = \sqrt{8-6} = \sqrt{2}$;
- 4) При $x=1,6$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 1,6} = \sqrt{8-8} = 0$;
- 5) При $x=2,4$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 2,4} = \sqrt{8-12} = \sqrt{-4}$ - выражение не имеет смысла.

№313

- а) При $a \geq 0$;
- б) при $x \geq 0$;
- в) при $c \geq 0$;
- г) при $b \leq 0$.

№314

- а) При $x \geq 0$;
- б) при $x \leq 0$.

№315

- 1) $(\sqrt{25})^2 = 25$;
- 2) $(\sqrt{81})^2 = 81$;
- 3) $(\sqrt{2})^2 = 2$;
- 4) $(\sqrt{3})^2 = 3$;
- 5) $(-\sqrt{4})^2 = 4$;
- 6) $(\sqrt{5})^2 = 5$;
- 7) $(-\sqrt{6})^2 = 6$;
- 8) $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$;
- 9) $(\sqrt{1,3})^2 = 1,3$.

№316

а) $(\sqrt{7})^2 = 7$;

б) $(-\sqrt{26})^2 = 26$;

в) $-2\sqrt{14} \cdot \sqrt{14} = -2(\sqrt{14})^2 = -2 \cdot 14 = -28$;

г) $(3\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$;

д) $0,5(-\sqrt{8})^2 = 0,5 \cdot 8 = 4$;

е) $(-2\sqrt{15})^2 = 4 \cdot 15 = 60$;

ж) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$;

з) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

№317

а) $0,49 + 2(\sqrt{0,4})^2 = 0,49 + 2 \cdot 0,4 = 0,49 + 0,8 = 1,29$

б) $(3\sqrt{11})^2 - \sqrt{6400} = 9 \cdot 11 - 80 = 99 - 80 = 19$

в) $(2\sqrt{6})^2 + (-3\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 6 + 9 \cdot 2 = 42$

г) $-0,1(\sqrt{120})^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2 = -0,1 \cdot 120 - \frac{1}{4} \cdot 20 = -12 - 5 = -17$.

№318

а) $2\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6}) = -2 \cdot 6 = -12$;

б) $-(3\sqrt{5})^2 = -9 \cdot 5 = -45$;

в) $\sqrt{1,44} - 2(\sqrt{0,6})^2 = 1,2 - 2 \cdot 0,6 = 0$;

г) $(0,1\sqrt{70})^2 + \sqrt{1,69} = 0,01 \cdot 70 + 1,3 = 0,7 + 1,3 = 2$.

Упражнения для повторения

№319

$$\frac{|x|}{x} = 1, \text{ при } x > 0; \quad \frac{|x|}{x} = -1, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{При } x = -8; -5 \quad \frac{|x|}{x} = -1; \text{ при } x = 1; 7; 128 \quad \frac{|x|}{x} = 1.$$

№320

$$\text{а) } \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1};$$

$$\text{Если } x = -0,5, \text{ то } \frac{x-1}{x+1} = \frac{-0,5-1}{-0,5+1} = -\frac{1,5}{0,5} = -3;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \\ &= \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1}; \end{aligned}$$

$$\text{Если } x = -0,4, \text{ то } \frac{x+1}{2x+1} = \frac{-0,4+1}{2 \cdot (-0,4)+1} = \frac{0,6}{-0,8+1} = \frac{0,6}{0,2} = 3.$$

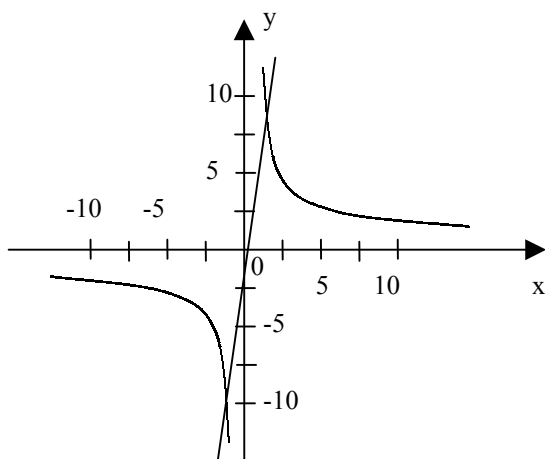
№321

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{8-x^3}{25x^2+100-100x} &= \frac{(2-x)(4+2x+x^2)}{25(x^2-4x+4)} = \\ &= \frac{(2-x)(x^2+2x+4)}{25(2-x)^2} = \frac{x^2+2x+4}{25(2-x)}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{16a^4+16a}{a^2+1-a} = \frac{16a(a^3+1)}{a^2-a+1} = \frac{16a(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} = 16a(a+1).$$

№322

Графики функций $y = \frac{10}{x}$ и $y = 10x$ имеют две общие точки.



13. Нахождение приближенных значений квадратного корня.

№323

- а) 5 и 6;
- б) 6 и 7;
- в) 10 и 11;
- г) 3 и 4;
- д) 0 и 1.

№324

- а) 3 и 4;
- б) 8 и 9;
- в) 14 и 15;
- г) 2 и 3.

№325

Ответ: 2;4;4.

№326

Ответ: 3;1.

№334

- а) -5,48 и 5,48;

б) $-1,20$ и $1,20$;

в) $-0,46$ и $6,46$;

г) $-3,83$ и $1,83$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№335

а) $3\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225} = 3 \cdot 0,4 - 0,1 \cdot 15 = 1,2 - 1,5 = -0,3$;

б) $0,2\sqrt{900} + 1,8\sqrt{\frac{1}{9}} = 0,2 \cdot 30 + 1,8 \cdot \frac{1}{3} = 6 + 0,6 = 6,6$;

в) $0,3\sqrt{1,21} \cdot \sqrt{400} = 0,3 \cdot 1,1 \cdot 20 = 6,6$;

г) $5:\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,81} = 5:0,5 \cdot 0,9 = 9$;

№336

а) не пересекает;

б) пересекает в точке (0; 0);

в) пересекает в точках (5; 25), (-5; 25)

пересекает в точках (5,9;35), (5,9; 35)

№337

а) $10\sqrt{0,01} + \left(-\sqrt{2}\right)^2 = 10 \cdot 0,1 + 2 = 1 + 2 = 3$;

б) $0,3\sqrt{25} - \frac{1}{3}\left(\sqrt{12}\right)^2 = 0,3 \cdot 5 - \frac{1}{3} \cdot 12 = 1,5 - 4 = -2,5$.

№338

1) $x=7$; $7+|7| = 7 + 7 = 14$;

$x=10$; $10+|10| = 10+10 = 20$;

$x=0$; $0+|0| = 0+0 = 0$;

$x=-3$; $-3+|-3| = -3+3 = 0$;

$x = -8$; $-8+|-8| = -8+8 = 0$;

2)

а) $x > 0$, $x+|x| = x+x = 2x$;

б) $x < 0$, $x+|x| = x-x = 0$.

№339.

а) $\frac{4a^2 - 20a + 25}{25 - 4a^2} = \frac{(5-2a)^2}{(5-2a)(5+2a)} = \frac{5-2a}{5+2a}$;

$$\text{б)} \frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2} = \frac{(2y - 3x)^2}{(2y - 3x)(2y + 3x)} = \frac{2y - 3x}{2y + 3x}.$$

14. Функция и ее график

№340.

$$\text{а)} S = \pi r^2; r^2 = \frac{S}{\pi}; r = \sqrt{\frac{S}{\pi}};$$

$$\text{б)} S = \frac{\pi d^2}{4}; 4S = \pi d^2; d^2 = \frac{4S}{\pi}; d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

№341

$$\text{а)} \text{ площадь поверхности куба } S = 6a^2;$$

$$\text{б)} \text{ длина ребра куба } a = \sqrt{\frac{S}{6}}.$$

№342.

$$\text{Радиус шара } R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

№345

1) $8 = \sqrt{64}$; $8=8$ – точка A принадлежит графику данной функции;

2) $100 = \sqrt{10000}$; $100=100$ - точка B принадлежит графику данной функции;

3) $\sqrt{-81}$ не имеет смысла, следовательно C не принадлежит графику данной функции;

4) $-5 \neq \sqrt{25}$ - точка D не принадлежит графику данной функции.

№346.

а) пересекает в точке $(1;1)$;

б) пересекает в точке $(100; 10)$;

в) пересекает в точке $(10000; 100)$;

г) непересекает

№347

1) $11 = \sqrt{121}$; $11=11$ значит точка принадлежит графику данной функции;

2) $30\sqrt{900}$; $30=30$, значит точка M принадлежит графику данной функции;

3) $\sqrt{-400}$ не имеет смысла, следовательно точка А не принадлежит графику данной функции;

4) $-9 \neq \sqrt{81}$ - точка D не принадлежит графику данной функции.

№348. Пользуясь рис.14 учебника получаем:

а) $\sqrt{0,5} < \sqrt{0,8}$;

б) $\sqrt{4,2} < \sqrt{5,7}$;

в) $\sqrt{7} < \sqrt{8}$.

№349.

а) $\sqrt{11}$;

б) $\sqrt{0,15}$;

в) $\sqrt{60}$;

г) $\sqrt{60} \vee \sqrt{8}$; $(\sqrt{60})^2 \vee 8^2$; $60 < 64$; $\sqrt{60} < 8$;

д) $\sqrt{2} \vee 1,4$; $(\sqrt{2})^2 \vee 1,4^2$; $2 > 1,96$; $\sqrt{2} > 1,4$.

№350.

а) $\sqrt{27} < \sqrt{28}$;

б) $\sqrt{1,3} < \sqrt{1,5}$;

в) $\sqrt{7} \vee 3$; $(\sqrt{7})^2 \vee 3^2$; $7 < 9$; $\sqrt{7} < 3$;

г) $\sqrt{6,25} \vee 2,5$; $\sqrt{(2,5)^2} \vee 2,5$; $2,5 = 2,5$; $\sqrt{6,25} = 2,5$;

д) $\sqrt{\frac{1}{5}} \vee \sqrt{\frac{1}{6}}$; $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 \vee \left(\sqrt{\frac{1}{6}}\right)^2$; $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$; $\sqrt{\frac{1}{5}} > \sqrt{\frac{1}{6}}$.

№351.

а) $2,3 < 10,4 < 19,5$, значит $\sqrt{2,3} < \sqrt{10,4} < \sqrt{19,5}$;

б) $4 = \sqrt{16}$; $12 < 16 < 18$, значит $\sqrt{12} < 4 < \sqrt{18}$;

в) $0,5 = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{1}}{4}$; $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$; $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$; $\frac{3}{12} < \frac{4}{12} < \frac{6}{12}$, значит

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} \text{ и } 0,5 < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{\frac{1}{2}};$$

г) $0,7 < 1 < 1,7$, значит $\sqrt{0,7} < 1 < \sqrt{1,7}$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№352.

а) $0,5\sqrt{121} + 3\sqrt{0,81} = 0,5 \cdot 11 + 3 \cdot 0,9 = 5,5 + 2,7 = 8,2$;

б) $\sqrt{144} \cdot \sqrt{900} \cdot \sqrt{0,01} = 12 \cdot 30 \cdot 0,1 = 36$;

в) $\sqrt{400} - (4\sqrt{0,5})^2 = 20 - 16 \cdot 0,5 = 20 - 8 = 12$;

г) $\left(-3\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 - 10\sqrt{0,64} = 9 \cdot \frac{1}{3} - 10 \cdot 0,8 = 3 - 8 = -5$.

№353.

а) имеет;

б) не имеет;

в) имеет;

г) имеет.

№354.

а) 1) $x^2 = 11$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; 2) $\sqrt{x} = 11$; $(\sqrt{x})^2 = 11^2$; $x = 121$;

б) 1) $2x^2 = \frac{1}{2}$; $x^2 = 0,25$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,25} = \pm 0,5$;

2) $2\sqrt{x} = \frac{1}{2}$; $(2\sqrt{x})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $4x = \frac{1}{4}$; $x = \frac{1}{16}$.

№355.

а) $a > 0$ и $b > 0$: $|ab^3| = ab^3$;

б) $a < 0$ и $b > 0$: $|ab^3| = (-a) \cdot b^3 = -ab^3$;

в) $a < 0$ и $b < 0$: $|ab^3| = (-a)(-b)^3 = ab^3$;

г) $a > 0$ и $b < 0$: $|ab^3| = a \cdot (-b)^3$.

№356.

а) $x < 0$; $-5x > 0$; $x^2 + 7 > 0$, следовательно $\frac{-5x}{x^2 + 7} > 0$;

б) $x > 0$; $x + 4 > 0$; $x^2 + 4 > 0$, следовательно $\frac{x + 4}{-x^2 - 4} = -\frac{x + 4}{x^2 + 4} < 0$.

§6. Свойства арифметического квадратного корня

15. Квадратный корень из произведения и дроби

№357

а) $\sqrt{100 \cdot 49} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{49} = 10 \cdot 7 = 70$;

б) $\sqrt{81 \cdot 400} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{400} = 9 \cdot 20 = 180$;

в) $\sqrt{64 \cdot 121} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{121} = 8 \cdot 11 = 88$;

г) $\sqrt{144 \cdot 0,25} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{0,25} = 12 \cdot 0,5 = 6$;

д) $\sqrt{0,01 \cdot 169} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{169} = 0,1 \cdot 13 = 1,3$;

е) $\sqrt{2,25 \cdot 0,04} = \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,04} = 1,5 \cdot 0,2 = 0,3$.

№358.

а) $\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{64}} = \frac{3}{8}$;

б) $\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$;

в) $\sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{25}} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$;

г) $\sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}$;

д) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$;

е) $\sqrt{2\frac{7}{81}} = \sqrt{\frac{169}{81}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{81}} = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$;

ж) $\sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$;

з) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$;

№359.

a) $\sqrt{81 \cdot 900} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{900} = 9 \cdot 30 = 270$;

б) $\sqrt{0,36 \cdot 49} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2$;

в) $\sqrt{12 \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$;

г) $\sqrt{10 \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{169}{16}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{16}} = \frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$;

№360.

a) $\sqrt{9 \cdot 64 \cdot 0,25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 3 \cdot 8 \cdot 0,5 = 12$;

б) $\sqrt{0,36 \cdot 2,25 \cdot 144} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{144} = 0,6 \cdot 1,5 \cdot 12 = 10,8$;

в) $\sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001} = \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,0001} = 1,1 \cdot 0,3 \cdot 0,01 = 0,0033$

г) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27} = 1 \frac{13}{27}$;

д) $\sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{15}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \frac{14}{5} = 2,8$;

е) $\sqrt{5 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \sqrt{\frac{196}{16}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{16}} = \frac{14}{4} = 3 \frac{1}{2}$.

№361.

a) $\sqrt{0,04 \cdot 81 \cdot 25} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 9 \cdot 5 = 9$;

б) $\sqrt{0,09 \cdot 16 \cdot 0,04} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{0,04} = 0,3 \cdot 4 \cdot 0,2 = 0,24$;

в) $\sqrt{1 \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$;

г) $\sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2 \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{121}{144}} \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{11}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{33}{24} = 1 \frac{3}{8}$;

№362.

a) $\sqrt{810 \cdot 40} = \sqrt{81 \cdot 400} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{400} = 9 \cdot 20 = 180$;

б) $\sqrt{10 \cdot 250} = \sqrt{2500} = 50$;

в) $\sqrt{72 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 16 \cdot 4} \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$;

г) $\sqrt{8 \cdot 98} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 49 \cdot 4} = \sqrt{16 \cdot 49} = 4 \cdot 7 = 28$;

$$\text{д)} \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 9 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30 ;$$

$$\text{е)} \sqrt{2,5 \cdot 14,4} = \sqrt{0,25 \cdot 10 \cdot 144 \cdot 0,1} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 12 = 6 ;$$

$$\text{ж)} \sqrt{90 \cdot 6,4} \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{9 \cdot 64} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} = 3 \cdot 8 = 24 ;$$

$$\begin{aligned} \text{з)} \sqrt{16,9 \cdot 0,4} &= \sqrt{169 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 9,1} = \sqrt{169 \cdot 4 \cdot 0,01} = \\ &= \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 2 \cdot 0,1 = 2,6 . \end{aligned}$$

№363

$$\text{а)} \sqrt{75 \cdot 48} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 16 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 ;$$

$$\text{б)} \sqrt{45 \cdot 80} = \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 ;$$

$$\text{в)} \sqrt{4,9 \cdot 360} = \sqrt{4,9 \cdot 3,6 \cdot 10} = \sqrt{49 \cdot 36} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{36} = 7 \cdot 6 = 42 ;$$

$$\text{г)} \sqrt{160 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 64} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{64} = 4 \cdot 8 = 32 ;$$

№364

$$\text{а)} \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = \sqrt{25} = 1 \cdot 5 = 5 ;$$

$$\text{б)} \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 ;$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \sqrt{313^2 - 312^2} &= \sqrt{(313-312)(313+312)} = \sqrt{1 \cdot 625} = \sqrt{625} = \\ &= 1 \cdot 25 = 25 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \sqrt{122^2 - 22^2} &= \sqrt{(122-22)(122+22)} = \sqrt{100 \cdot 144} = \\ &= \sqrt{100} \cdot \sqrt{144} = 10 \cdot 12 = 120 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \sqrt{45,8^2 - 44,2^2} &= \sqrt{(45,8-44,2)(45,8+44,2)} = \sqrt{1,6 \cdot 90} = \\ &= \sqrt{1,6 \cdot 10 \cdot 9} = \sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} &= \sqrt{(21,8-18,2)(21,8+18,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 40} = \\ &= \sqrt{3,6 \cdot 10 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 2 = 12 . \end{aligned}$$

№365

$$\text{а)} \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15 ;$$

$$\text{б)} \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 ;$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \sqrt{82^2 - 18^2} &= \sqrt{(82-18)(82+18)} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = \\ &= 8 \cdot 10 = 80 ; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \sqrt{117^2 - 108^2} = \sqrt{(117 - 108)(117 + 108)} = \sqrt{9 \cdot 225} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{225} = 3 \cdot 15 = 45;$$

$$\text{д) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{(6,8 - 3,2)(6,8 + 3,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 10} \sqrt{36} = 6;$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \sqrt{\left(1\frac{1}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} &= \sqrt{\left(\frac{17}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{16} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{17}{16} + \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{17-8}{16} \cdot \frac{17+8}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}. \end{aligned}$$

№336.

$$\text{а) } \sqrt{15} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5};$$

$$\text{б) } \sqrt{21} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \sqrt{7a} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{a};$$

$$\text{г) } \sqrt{3c} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{c};$$

№367.

$$\text{а) } \sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}};$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{b}{3}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{3}}.$$

№368

$$\text{а) } 10 \sqrt{\frac{n}{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{10} = \sqrt{n} \text{ тождество доказано.}$$

$$\text{б) } \frac{1}{10} \sqrt{100n} = \frac{1}{10} \sqrt{100} \sqrt{n} = \frac{1}{10} \cdot 10 \cdot \sqrt{n} = \sqrt{n} \text{ тождество доказано.}$$

№369.

$$\text{а) } \sqrt{7500} = \sqrt{75 \cdot 100} = 8,7 \cdot 10 = 87;$$

$$\text{б)} \sqrt{750000} = \sqrt{75 \cdot 100 \cdot 100} = 8,7 \cdot 100 = 870 ;$$

$$\text{в)} \sqrt{0,75} = \sqrt{75 \cdot 0,01} \approx 8,7 \cdot 0,1 = 0,87 ;$$

$$\text{г)} \sqrt{0,0075} = \sqrt{75 \cdot 0,0001} \approx 8,7 \cdot 0,01 = 0,087 .$$

№370

$$\text{а)} \sqrt{57600} = \sqrt{576} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{576} \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 240 ;$$

$$\text{б)} \sqrt{230400} = \sqrt{2304 \cdot 100} = \sqrt{2304} \cdot \sqrt{100} = 48 \cdot 10 = 480 ;$$

$$\text{в)} \sqrt{152100} = \sqrt{1521 \cdot 100} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{100} = 39 \cdot 100 = 390 ;$$

$$\text{г)} \sqrt{129600} = \sqrt{1296 \cdot 100} = \sqrt{1296} \cdot \sqrt{100} = 36 \cdot 10 = 360 ;$$

$$\text{д)} \sqrt{20,25} = \sqrt{\frac{2025}{100}} = \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{100}} = \frac{45}{10} = 4,5 ;$$

$$\text{е)} \sqrt{9,61} = \sqrt{\frac{961}{100}} = \frac{\sqrt{961}}{\sqrt{100}} = \frac{31}{10} = 3,1 ;$$

$$\text{ж)} \sqrt{0,0484} = \sqrt{\frac{484}{10000}} = \frac{\sqrt{484}}{\sqrt{10000}} = \frac{22}{100} = 0,22 ;$$

$$\text{з)} \sqrt{0,3364} = \sqrt{\frac{3364}{10000}} = \frac{\sqrt{3364}}{\sqrt{10000}} = \frac{58}{100} = 0,58 .$$

№371.

$$\text{а)} \sqrt{44100} = \sqrt{441 \cdot 100} = \sqrt{441} \cdot \sqrt{100} = 21 \cdot 10 = 210 ;$$

$$\text{б)} \sqrt{435600} = \sqrt{4356 \cdot 100} = \sqrt{4356} \cdot \sqrt{100} = 66 \cdot 10 = 660 ;$$

$$\text{в)} \sqrt{0,0729} = \sqrt{729 \cdot 0,0001} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{0,0001} = 27 \cdot 0,01 = 0,27 ;$$

$$\text{г)} \sqrt{15,21} = \sqrt{1521 \cdot 0,01} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{0,01} = 39 \cdot 0,1 = 3,9 .$$

№372

$$\text{а)} \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 ;$$

$$\text{б)} \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9 ;$$

$$\text{в)} \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} = 14 ;$$

$$\text{г)} \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8 ;$$

$$\text{д)} \sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{676} = 22 ;$$

$$\text{е)} \sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21 ;$$

$$\text{ж)} \sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{225} = 15;$$

$$\text{з)} \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{1\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3}} = \sqrt{4} = 2.$$

№373

$$\text{а)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3};$$

$$\text{б)} \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{2300}} = \sqrt{\frac{23}{2300}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10};$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}} = \sqrt{\frac{52}{117}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3};$$

$$\text{г)} \frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 3;$$

$$\text{д)} \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{7,5}{0,3}} = \sqrt{25} = 5;$$

№374

$$\text{а)} \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{400} = 20;$$

$$\text{б)} \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\text{в)} \sqrt{162} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{324} = 18;$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

$$\text{д)} \sqrt{110} \cdot \sqrt{4,4} = \sqrt{484} = 22;$$

$$\text{е)} \sqrt{1\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{0,2} = \sqrt{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5};$$

$$\text{ж)} \frac{\sqrt{999}}{111} = \sqrt{\frac{999}{111}} = \sqrt{9} = 3;$$

$$\text{з)} \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7};$$

№375

Второй способ удобнее; произведем вычисления $\sqrt{6} \approx 2,45$.

№376

а) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{35} \approx 5,92$;

б) $\sqrt{3,1} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{3,1 \cdot 4,5} \approx 3,73$

в) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{10 \cdot 11 \cdot 12} \approx 36,33$;

г) $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{117}{6}} \approx 4,42$;

д) $\frac{\sqrt{10,2}}{\sqrt{38,6}} = \sqrt{\frac{10,2}{38,6}} \approx 0,51$;

е) $\frac{\sqrt{2,3} \cdot \sqrt{8,1}}{\sqrt{4,5}} = \sqrt{\frac{2,3 \cdot 8,1}{4,5}} \approx 2,03$.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№377

$x=-4$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$;

$x=-3$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$;

$x=0$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = \sqrt{0} = 0$;

$x=9$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9$;

$x=20$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{20^2} = \sqrt{400} = 20$;

Выражение $\sqrt{x^2}$ имеет смысл при любых значениях x .

№378

а) при $x > 0$, $x \cdot |x| = x \cdot x = x^2$;

б) при $x = 0$, $x \cdot |x| = 0 \cdot |0| = 0 \cdot 0 = 0$;

в) $x < 0$, $x \cdot |x| = -x \cdot x = -x^2$.

№379

а) $2a^2 \cdot \frac{1}{8}a^3 = \frac{1}{4}a^5$;

б) $4(3a^4)^2 = 4 \cdot 9a^8 = 36a^8$;

в) $20a^4 \cdot \left(\frac{1}{2}a^3\right)^2 = \frac{20a^4 \cdot 1 \cdot a^6}{4} = 5a^{10}$;

№380

а) $a^4 = (a^2)^2$;

б) $a^6 = (a^3)^2$;

в) $a^{18} = (a^9)^2$;

г) $\frac{1}{a^{10}} = \left(\frac{1}{a^5}\right)^2$;

д) $a^2b^8 = (ab^4)^2$;

е) $\frac{a^6}{b^{12}} = \left(\frac{a^3}{b^6}\right)^2$;

№381

Из условия $V=a^2b$; $a^2 = \frac{V}{b}$; откуда $a = \sqrt{\frac{V}{b}}$;

№382

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1} = \frac{(5a-1)^2}{5a-1} = 5a-1$;

б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1} = \frac{(3x-1)^2}{3x-1} = 3x-1$;

№383

а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$; $12x - 5(x+18) = 690 + x$;

$12x - 5x - 90 - x = 690$;

б) $\frac{x-1}{3} + \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$; $20(x-1) + 12(2x+1) = 15(3x-1)$;

$20x - 20 + 24x + 12 = 45x - 15$;

76. Квадратный корень из степени

№384

$$\text{a) } \sqrt{(0,1)^2} = |0,1| = 0,1;$$

$$\text{б) } \sqrt{(-0,4)^2} = |-0,4| = 0,4;$$

$$\text{в) } \sqrt{(-0,8)^2} = |-0,8| = 0,8;$$

$$\text{г) } \sqrt{(1,7)^2} = |1,7| = 1,7;$$

$$\text{д) } \sqrt{(-19)^2} = |-19| = 19;$$

$$\text{е) } \sqrt{24^2} = |24| = 24;$$

$$\text{ж) } 2\sqrt{(-23)^2} = 2 \cdot |-23| = 2 \cdot 23 = 46;$$

$$\text{з) } 5\sqrt{52^2} = 5 \cdot |52| = 5 \cdot 52 = 260;$$

$$\text{и) } 0,2\sqrt{(-61)^2} = 0,2 \cdot |-61| = 0,2 \cdot 61 = 12,2.$$

№385

$$\text{а) подставим } x = 22: \sqrt{x^2} = \sqrt{22^2} = |22| = 22;$$

$$\text{подставим } x = -35: \sqrt{x^2} = \sqrt{(-35)^2} = |-35| = 35;$$

$$\text{подставим } x = -1\frac{2}{3}: \sqrt{x^2} = \sqrt{\left(-1\frac{2}{3}\right)^2} = \left|-1\frac{2}{3}\right| = 1\frac{2}{3};$$

$$\text{подставим } x = 0: \sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = |0| = 0;$$

$$\text{б) подставим } a = -7: 2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{(-7)^2} = 2 \cdot |-7| = 2 \cdot 7 = 14;$$

$$\text{подставим } a = 12: 2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{12^2} = 2 \cdot |12| = 2 \cdot 12 = 24;$$

$$\text{в) подставим } y = -15: 0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{(-15)^2} = 0,1 \cdot |-15| = 0,1 \cdot 15 = 1,5;$$

$$\text{подставим } y = 27: 0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{27^2} = 0,1 \cdot |27| = 0,1 \cdot 27 = 2,7.$$

№386

$$\text{а) } \sqrt{p^2} = |p|;$$

$$\text{б) } \sqrt{y^2} = |y|;$$

$$\text{в) } 3\sqrt{b^2} = 3|b|;$$

$$\text{г) } -0,2\sqrt{x^2} = -0,2|x|;$$

$$\text{д) } \sqrt{25a^2} = 5 \cdot \sqrt{a^2} = 5 \cdot |a|.$$

№387

$$\text{а) } \sqrt{a^2} = |a| = a, \text{ если } a > 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{n^2} = |n| = -n, \text{ если } n < 0;$$

$$\text{в) } 3\sqrt{c^2} = 3 \cdot |c| = 3c, \text{ если } c > 0;$$

$$3\sqrt{c^2} = 3 \cdot |c| = 3 \cdot 0 = 0, \text{ если } c = 0;$$

$$\text{г) } -5\sqrt{y^2} = -5 \cdot |y| = -5y, \text{ если } y > 0;$$

$$\text{д) } \sqrt{36x^2} = |6x| = |6| \cdot |x| = 6x, \text{ если } x < 0;$$

$$\sqrt{36x^2} = |6x| = |6| \cdot |0| = 6 \cdot 0 = 0;$$

$$\text{е) } -\sqrt{9y^2} = -3 \cdot |y| = -3(-y) = 3y, \text{ если } y < 0;$$

$$\text{ж) } -5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot |2x| = -5 \cdot 2x = -10x, \text{ если } x > 0;$$

$$-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot 0 = -5 \cdot 0 = 0, \text{ если } x = 0;$$

$$\text{з) } 0,5\sqrt{16a^2} = 0,5 \cdot |4a| = 0,5 \cdot (-a) = -0,5a, \text{ если } a < 0.$$

№338

$$\text{а) } 2\sqrt{m^2} = 2|m| = 2m, \text{ при } m \geq 0;$$

$$\text{б) } -3\sqrt{a^2} = -3|a| = -3a, \text{ при } a > 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{0,64x^2} = |0,8x| = 0,8(-x) = -0,8x, \text{ при } x \leq 0;$$

$$\text{г) } -\sqrt{0,25y^2} = -|0,5y| = -0,5 \cdot (-y) = 0,5y, \text{ при } y < 0.$$

№389

$$\text{а) } \sqrt{y^6} = |y^3| = y^3, \text{ если } y \geq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{m^4} = |m^2| = m^2;$$

$$\text{в) } \sqrt{x^6} = |x^3| = -x^3, \text{ если } x < 0;$$

$$\text{г) } 5\sqrt{a^8} = 5|a^4| = 5a^4;$$

$$\text{д) } \frac{1}{3}\sqrt{c^{12}} = \frac{1}{3}|c^6| = \frac{1}{3}c^6;$$

$$\text{е) } 1,5\sqrt{t^{14}} = 1,5|t^7| = 1,5 \cdot (-t^7) = -1,5t^7, \text{ если } t < 0.$$

№390

$$\text{а) } \sqrt{0,49x^{18}} = |0,7x^9| = 0,7x^9, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{0,01a^{26}} = |0,1a^{13}| = 0,1a^{13}; \text{ при } a > 0;$$

$$\sqrt{0,01a^{26}} = 0,1a^{13} = 0, \text{ при } a = 0;$$

$$\text{в) } 15\sqrt{0,16c^{12}} = 15 \cdot |0,4c^6| = 15 \cdot 0,4c^6 = 6c^6;$$

$$\text{г) } 0,8\sqrt{100y^{16}} = 0,8 \cdot 10y^8 = 8y^8.$$

№391

$$\text{а) } \sqrt{p^{10}} = |p^5|, \text{ при } p > 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{x^{18}} = |x^9| = -x^9, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{y^{12}} = |y^6| = y^6;$$

$$\text{г) } 15\sqrt{b^{16}} = 15 \cdot |b^8| = 15b^8;$$

$$\text{д) } 1,6\sqrt{x^8} = 1,6 \cdot |x^4| = 1,6x^4;$$

$$\text{е) } 0,1\sqrt{a^6} = 0,1 \cdot |a^3| = 0,1 \cdot (-a^3) = -0,1a^3, \text{ при } a < 0;$$

№392

$$\text{а) } \sqrt{2^4} = |2^2| = 4;$$

$$\text{б) } \sqrt{3^4} = 3^2 = 9;$$

$$\text{в) } \sqrt{2^6} = |2^3| = 8;$$

$$\text{г) } \sqrt{10^8} - 10^4;$$

$$\text{д) } \sqrt{(-5)^4} = |(-5)^2| = 25;$$

$$\text{е) } \sqrt{(-2)^8} = |(-2)^4| = 16;$$

$$\text{ж) } \sqrt{3^4 \cdot 5^2} = |3^2 \cdot 5| = 45;$$

$$\text{з) } \sqrt{2^6 \cdot 2^7} = |2^7 \cdot 7^2| = |8 \cdot 49| = 392.$$

№393

$$\text{а) } \sqrt{11^4} = |11^2| = 121;$$

$$\text{б) } \sqrt{4^6} = |4^3| = |64| = 64;$$

$$\text{в) } \sqrt{(-3)^8} = |(-3)^4| = |81| = 81;$$

$$\text{г) } \sqrt{(-6)^4} = |(-6)^2| = 36;$$

$$\text{д) } \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = |2^4 \cdot 3| = 48;$$

$$\text{е) } \sqrt{3^4 \cdot 5^6} = |3^2 \cdot 5^3| = |9 \cdot 125| = 1125;$$

$$\text{ж) } \sqrt{7^2 \cdot 2^4} |7 \cdot 2^4| = |7| \cdot |2^4| = 112;$$

$$\text{з) } \sqrt{3^6 \cdot 5^4} = |3^3 \cdot 5^2| = 27 \cdot 25 = 675.$$

№394

$$\text{а) } \sqrt{20736} = \sqrt{2^8 \cdot 3^4} = |2^4 \cdot 3^2| = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144;$$

$$\text{б) } \sqrt{50625} = \sqrt{3^4 \cdot 5^4} = |3^2 \cdot 5^2| = 9 \cdot 25 = 225;$$

$$\text{в) } \sqrt{28224} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = |2^3 \cdot 3 \cdot 7| = 8 \cdot 3 \cdot 7 = 168;$$

$$\text{г) } \sqrt{680625} \sqrt{3^2 \cdot 5^4 \cdot 11^2} = |3 \cdot 5^2 \cdot 11| = 3 \cdot 25 \cdot 11 = 825.$$

№395

$$\text{а) } \sqrt{2304} = \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = |2^4 \cdot 3| = 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48;$$

$$\text{б) } \sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = |3^3 \cdot 5| = 27 \cdot 5 = 135;$$

$$\text{в) } \sqrt{254016} \sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 7^2} = |2^3 \cdot 3^2 \cdot 7| = 8 \cdot 9 \cdot 7 = 504.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№397

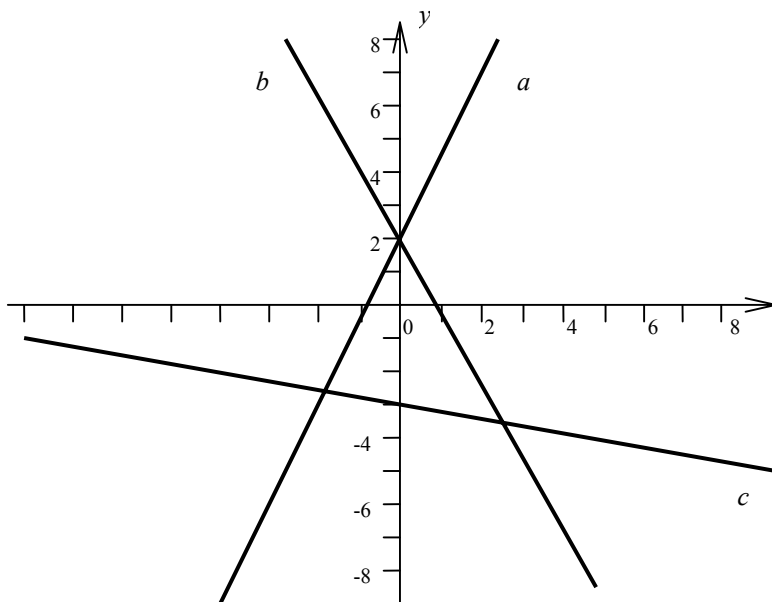
$$\begin{aligned} & \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{a^2-1} \right) \cdot \frac{a+1}{2} = \\ & = \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{(a+1)(a-1)} \right) \cdot \frac{a+1}{2} = \\ & = \frac{5(a-1) - 3(a+1) + 6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{5a-5-3a-3+6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \\ & = \frac{2a-2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{2(a-1)(a+1)}{2(a+1)(a-1)} = 1, \text{ что не зависит от } a. \end{aligned}$$

№ 398.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x}{x^2-25} \right) \cdot \frac{x^2-25}{5} = \\ & = \left(\frac{x+5}{x(x-5)} - \frac{x}{(x-5)(x+5)} \right) \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \\ & = \frac{x^2+10x+25-x^2}{x(x-5)(x+5)} \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \frac{5(2x+5)}{5x} = \frac{2x+5}{x}. \end{aligned}$$

№ 399.

На рисунке буквами a , b и c обозначены графики функций:



a – график функции $y = 2x + 2$;

b – график функции $y = -2x + 2$;

c – график в функции $y = -\frac{x}{4} - 3$.

№ 400.

Из условия задачи имеем:

$$V = \pi R^2 H; R^2 = \frac{V}{\pi H}; R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}.$$

§ 7. Применение свойств арифметического квадратного корня

17. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня

№ 401.

- а) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$;
- б) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;
- в) $\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$;
- г) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
- д) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$;
- е) $\sqrt{108} = \sqrt{27 \cdot 4} = \sqrt{27} \cdot \sqrt{4} = 3\sqrt{3} \cdot 2 = 6\sqrt{3}$;
- ж) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$;
- з) $\sqrt{845} = \sqrt{5 \cdot 169} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{5} = 13\sqrt{5}$.

№ 402.

- а) $\frac{1}{2}\sqrt{24} = \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 6} = \frac{1}{2}\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$;
- б) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3}\sqrt{9 \cdot 5} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$;
- в) $-\frac{1}{7}\sqrt{147} = -\frac{1}{7}\sqrt{49 \cdot 3} = -\frac{1}{7} \cdot 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$;
- г) $-\frac{1}{5}\sqrt{275} = -\frac{1}{5}\sqrt{25 \cdot 11} = -\frac{1}{5}\sqrt{25} \cdot \sqrt{11} = -\frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{11} = -\sqrt{11}$;
- д) $0,1\sqrt{20000} = 0,1\sqrt{10000 \cdot 2} = 0,1 \cdot 100\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$;
- е) $-0,05\sqrt{28800} = -0,05\sqrt{2^5 \cdot 3^2 \cdot 10^2} = -0,05 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 10\sqrt{2} =$
 $= -0,05 \cdot 120\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$.

№ 403.

$$\begin{aligned}
\text{а) } \sqrt{20} &= \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}; \\
\text{б) } \sqrt{98} &= \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}; \\
\text{в) } \sqrt{200} &= \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}; \\
\text{г) } \sqrt{160} &= \sqrt{16 \cdot 10} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10} = 4\sqrt{10}; \\
\text{д) } 0,2\sqrt{75} &= 0,2\sqrt{3 \cdot 25} = 0,2\sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 5\sqrt{3} = \sqrt{3}; \\
\text{е) } 0,7\sqrt{300} &= 0,7\sqrt{3 \cdot 100} = 0,7 \cdot 10\sqrt{3} = 7\sqrt{3}; \\
\text{ж) } -0,125\sqrt{192} &= -0,125\sqrt{16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = -0,125\sqrt{16 \cdot 2^2 \cdot 3} = \\
&= -0,125 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}; \\
\text{з) } -\frac{1}{3}\sqrt{450} &= -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 5 \cdot 10} = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 5\sqrt{2} = -5\sqrt{2}; \\
\text{и) } -10\sqrt{0,02} &= -1 \cdot 10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2}; \\
\text{к) } 5\sqrt{\frac{a}{5}} &= \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{\frac{25a}{5}} = \sqrt{5a}; \\
\text{л) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} &= -1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12x} = -\sqrt{3x}.
\end{aligned}$$

№ 404.

$$\begin{aligned}
\text{а) } 7\sqrt{10} &= \sqrt{49} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{490}; \\
\text{б) } 5\sqrt{3} &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75}; \\
\text{в) } 6\sqrt{x} &= \sqrt{36} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{36x}; \\
\text{г) } 10\sqrt{y} &= \sqrt{100} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{100y}; \\
\text{д) } 3\sqrt{2a} &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{18a}; \\
\text{е) } 5\sqrt{3b} &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{75b}.
\end{aligned}$$

№ 405.

$$\begin{aligned}
\text{а) } -2\sqrt{3} &= -\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{12}; \\
\text{б) } -3\sqrt{5} &= -\sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{45}; \\
\text{в) } -7\sqrt{a} &= -\sqrt{49} \cdot \sqrt{a} = -\sqrt{49a}; \\
\text{г) } -0,2\sqrt{b} &= -\sqrt{0,04} \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{0,04b}.
\end{aligned}$$

№ 406.

$$\text{a) } 3\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{9}{3}} = \sqrt{3};$$

$$\text{б) } 2\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4}{4}} = \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2};$$

$$\text{г) } -10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2};$$

$$\text{д) } 5\sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{45};$$

$$\text{е) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{12x} = -\sqrt{3x}.$$

№ 407.

$$\text{a) } 2\sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8};$$

$$\text{б) } 5\sqrt{y} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{25y};$$

$$\text{в) } -7\sqrt{3} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{147};$$

$$\text{г) } -6\sqrt{2a} = -\sqrt{36} \cdot \sqrt{2a} = -\sqrt{72a};$$

$$\text{д) } \frac{1}{3}\sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1 \cdot 18}{9 \cdot 1}}b = \sqrt{2b};$$

$$\text{е) } -0,1\sqrt{200c} = -\sqrt{0,1 \cdot 200c} = -\sqrt{2c}.$$

№ 410.

$$\text{a) } 3\sqrt{3} = \sqrt{27}; 2\sqrt{6} = \sqrt{24};$$

$$4\sqrt{2} = \sqrt{32}; \sqrt{24} < \sqrt{27} < \sqrt{32}, \text{ значит,}$$

$$2\sqrt{6} < 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2};$$

$$\text{б) } 6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72}; 3\sqrt{7} = \sqrt{63};$$

$$2\sqrt{14} = \sqrt{56}; \sqrt{56} < \sqrt{58} < \sqrt{63} < \sqrt{72} \Rightarrow$$

$$2\sqrt{14} < 58 < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}.$$

№ 411.

$$\text{a) } \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} \vee \sqrt{49} \cdot \sqrt{2}; \sqrt{28} \prec \sqrt{98}; 2\sqrt{7} \prec 7\sqrt{2};$$

$$\text{б) } \sqrt{9} \cdot \sqrt{120} \vee \sqrt{4} \cdot \sqrt{270}; \sqrt{1080} = \sqrt{1080};$$

$$3\sqrt{120} \prec 2\sqrt{270};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{6} \vee \sqrt{36} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{6}{4}} \vee \sqrt{\frac{36}{2}}$$

$$\sqrt{1,5} \prec \sqrt{18}; \frac{1}{2}\sqrt{6} \prec 6\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

№ 412.

$$\text{a) } \sqrt{7x^2} = \sqrt{7}|x| = \sqrt{7}x, \text{ при } x \geq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{10y^2} = \sqrt{10}|y| = \sqrt{10}y, \text{ при } y < 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{x^3} = |x| \cdot \sqrt{x} = x\sqrt{x};$$

$$\text{г) } \sqrt{a^5} = \sqrt{a^4 \cdot a} = \sqrt{a}|a^2| = a^2\sqrt{a};$$

$$\text{д) } \sqrt{16y^7} = \sqrt{16y \cdot y^6} = 4|\sqrt{y}|y^3 = 4y^3\sqrt{y};$$

$$\text{е) } \sqrt{\frac{3x^3}{16}} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{3} \cdot \left|\frac{1}{4}x\right| = \frac{\sqrt{3x}}{4}x = \frac{x\sqrt{3x}}{4}.$$

№ 413.

$$\text{a) } \sqrt{8a^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2a^2 \cdot a} = 2a\sqrt{2a};$$

$$\text{б) } \sqrt{300b^5} = \sqrt{3 \cdot 100b^4 \cdot b} = 10b^2\sqrt{3b};$$

$$\text{в) } \sqrt{48x^2} = \sqrt{16 \cdot 3x^2} = 4|x|\sqrt{3} = -4x\sqrt{3}, \text{ при } x \leq 0;$$

$$\text{г) } \sqrt{72a^4} = \sqrt{2 \cdot 36a^4} = 6a^2\sqrt{2};$$

$$\text{д) } \sqrt{50a^7} = \sqrt{2 \cdot 25a^6 \cdot a} = 5a^3\sqrt{2a};$$

$$\text{е) } \sqrt{27c^6} = \sqrt{3^2 \cdot 3c^6} = 3|c^3|\sqrt{3} = -3c^3\sqrt{3}, \text{ при } c < 0.$$

№ 414.

$$\text{a) } \sqrt{6x^2} = \sqrt{6} \cdot |x| = x\sqrt{6}, \text{ при } x \geq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{3y^2} = \sqrt{3} \cdot |y| = -\sqrt{3}y, \text{ при } y < 0;$$

$$\text{в)} \sqrt{9a^3} = 3\sqrt{a} \cdot a = 3a\sqrt{a} ;$$

$$\text{г)} \sqrt{50b^4} = \sqrt{2 \cdot 25b^4} = \sqrt{2} \cdot 5b^2 = 5b^2\sqrt{2} .$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№ 415.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x-1}{x^2+3x} \right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \left(\frac{2x+1}{x(x-3)} - \frac{2x-1}{x(x+3)} \right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{(2x+1)(x+3) - (x-3)(2x-1)}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{2x^2+6x+x+3-2x^2+x+6x-3}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{14x}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{7x} + 1 = \frac{14x}{x \cdot 7x} + 1 = \frac{2}{x} + 1 = \frac{2+x}{x} . \end{aligned}$$

№ 416.

Обозначим за x – количество книг, переплетенных в первый день;
тогда $(x + 12)$ – количество книг, переплетенных во второй день;
также $(x + x + 12)$ – количество книг, переплетенных за первые два
дня; $\frac{5}{7}(x + x + 12)$ – количество книг, переплетенных в третий день.

Всего за три дня было переплетено 144 книги. Получаем уравнение:

$$x + (x + 12) + \frac{5}{7}(x + x + 12) = 144 ;$$

$$2x + 12 + \frac{5}{7}(2x + 12) = 144 ;$$

$$(2x + 12) \left(1 + \frac{5}{7} \right) = 144 ;$$

$$\frac{12}{7}(2x + 12) = 144 ;$$

$$\frac{x+6}{7} = 6 ; x + 6 = 42 ; x = 36 ;$$

$$x + 12 = 48 ; \frac{5}{7}(x + x + 12) = 60 .$$

Ответ: в первый день переплели 36 книг, во второй – 48 книг, в третий – 60 книг.

№ 417.

$$а) \frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} = \frac{5-x}{9}; \quad 36 \cdot \left(\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} \right) = \frac{5-x}{9} \cdot 36;$$

$$3(4x-1) + 9 \cdot 7 = 4(5-x); \quad 12x - 3 + 63 = 20 - 4x;$$

$$16x = -40; \quad x = -2,5;$$

$$б) \frac{2x-9}{6} - \frac{2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2}; \quad \frac{30(2x-9)}{6} - \frac{30 \cdot 2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2} \cdot 30;$$

$$5(2x-9) - 4(5x+3) = 15;$$

$$-10x - 57 = 15;$$

$$10x = -72;$$

$$x = -7,2.$$

**18. Преобразование выражений, содержащих
квадратные корни**

№ 418.

$$а) 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5\sqrt{x} - \sqrt{y};$$

$$б) -4\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} = 2\sqrt{b} - \sqrt{a};$$

$$в) \sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a};$$

$$г) \sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n} = 4\sqrt{n} + 5\sqrt{n} - 3\sqrt{n} = 6\sqrt{n};$$

$$д) \sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a} = \sqrt{5a} - 2\sqrt{4 \cdot 5a} - 3\sqrt{16 \cdot 5a} = \\ = \sqrt{5a} - 4\sqrt{5a} - 12\sqrt{5} = -15\sqrt{5a};$$

$$е) \sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 100} = \\ = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -\sqrt{3};$$

$$ж) 3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2 \cdot 4} - \sqrt{2 \cdot 25} + 2\sqrt{2 \cdot 9} = \\ = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2};$$

$$з) \sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 121} - \sqrt{2 \cdot 100} + \sqrt{2 \cdot 4} = \\ = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2};$$

$$и) \sqrt{75} - 0,1\sqrt{300} - \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 0,1\sqrt{3 \cdot 100} - \sqrt{3 \cdot 9} = \\ = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\begin{aligned} \kappa) \sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8} &= \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{2 \cdot 36} + 0,5\sqrt{4 \cdot 2} = \\ &= 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

№419

$$\text{a)} \sqrt{8p} - \sqrt{25} + \sqrt{18p} = 2\sqrt{2p} - 5 + 3\sqrt{2p} = 5\sqrt{2p} - 5;$$

б)

$$\begin{aligned} \sqrt{16c} + 2\sqrt{40c} - 3\sqrt{90c} &= 4\sqrt{c} + 2 \cdot 2\sqrt{10c} - 3 \cdot 3\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} + 4\sqrt{10c} - 9\sqrt{10c} = \\ &= 4\sqrt{c} - 5\sqrt{10c}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} 5\sqrt{27} - 4\sqrt{48m} - 2\sqrt{12m} &= 5\sqrt{3 \cdot 9} - 4\sqrt{3 \cdot 16m} - 2\sqrt{4 \cdot 3m} = \\ &= 15\sqrt{3} - 16\sqrt{3m} - 4\sqrt{3m} = 15\sqrt{3} - 20\sqrt{3m}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \sqrt{54} - \sqrt{24} + \sqrt{150} &= \sqrt{6 \cdot 9} - \sqrt{6 \cdot 4} + \sqrt{25 \cdot 6} = \\ &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 6\sqrt{6}; \end{aligned}$$

$$\text{д)} 3\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{200} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -3\sqrt{2};$$

$$\begin{aligned} \text{е)} 2\sqrt{72} - \sqrt{50} - 2\sqrt{8} &= 2\sqrt{2 \cdot 36} - \sqrt{2 \cdot 4} = \\ &= 2 \cdot 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

№420

$$\text{a)} (\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3} = 6 + 3\sqrt{5};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \sqrt{5}(3\sqrt{5} + 5\sqrt{8}) &= \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot 5 + 5\sqrt{4 \cdot 10} = 15 + 5 \cdot 2\sqrt{10} = \\ &= 15 + 10\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\text{в)} (4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 24 - 4 \cdot 3\sqrt{2} = 24 - 12\sqrt{2};$$

г)

$$\begin{aligned} (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} + \sqrt{60} &= 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 15} = 3 \cdot 5 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = \\ &= 15; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} + \sqrt{84} &= \\ &= \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{21 \cdot 4} = \\ &= \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = 7 \cdot 2 + 7 = 21; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} &= \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \\ &= \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 2} = 2\sqrt{6} + 12 - 4\sqrt{6} = 12 - 2\sqrt{6}. \end{aligned}$$

№421

$$\text{a)} \sqrt{3}(\sqrt{12} - 2\sqrt{27}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 = 6 - 18 = -12;$$

$$\text{б)} (5\sqrt{2} - 7\sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} = 5\sqrt{2} \cdot 6 - 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} =$$

$$= 5 \cdot 2\sqrt{3} - 7 \cdot 3\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 21\sqrt{2};$$

$$\text{в)} \sqrt{8} - (\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{8} - \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 4} - 5\sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 5 = 5 - 3\sqrt{2};$$

$$\text{г)} \sqrt{48} - 2\sqrt{3} \cdot (2 - 5\sqrt{12}) = \sqrt{16 \cdot 3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{4 \cdot 3} =$$

$$= 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 10 \cdot 3 \cdot 2 = 60.$$

№422

а)

$$(1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} - 6 \cdot 2 = \sqrt{2} - 11;$$

$$\text{б)} (3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 3 \cdot 2 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= 6 + 5\sqrt{3} + 3 = 9 + 5\sqrt{3};$$

$$\text{в)} (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) =$$

$$= 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= 6 \cdot 2 - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 2 \cdot 3 = 18 - 7\sqrt{6};$$

$$\text{г)} (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{8} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$$

$$= 5 - 3\sqrt{10} - \sqrt{4 \cdot 2} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2} =$$

$$= 5 - 3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 17 - 5\sqrt{10};$$

$$\text{д)} (2\sqrt{5} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{5}) - \sqrt{135} =$$

$$= 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{135} =$$

$$= 2 \cdot 2\sqrt{15} - 10 + 12 - 2\sqrt{15} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 5} =$$

$$= 4\sqrt{15} + 2 - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{15} = 2 - \sqrt{15};$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & (3\sqrt{2} - \sqrt{27})(\sqrt{27} - \sqrt{2}) - \sqrt{54} = \\
 & = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{27} \cdot \sqrt{27} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{54} = \\
 & = 3 \cdot 3\sqrt{6} - 6 - 27 + \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 2} = \\
 & = 9\sqrt{6} - 33 + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 9\sqrt{6} - 33
 \end{aligned}$$

№423

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & (x + \sqrt{y})(x - \sqrt{y}) = x^2 - y; \\
 \text{б)} \quad & (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a - b; \\
 \text{в)} \quad & (\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3) = \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} - 3 \cdot 3 = 2; \\
 & (\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 7 - 10 = -3; \\
 \text{г)} \quad & (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = \\
 & = a + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b; \\
 \text{е)} \quad & (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = (\sqrt{m})^2 - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + (\sqrt{n})^2 = \\
 & = m - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + n; \\
 \text{ж)} \quad & (\sqrt{2} + 3)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot 3 + 3^2 = 11 + 6\sqrt{2}; \\
 \text{з)} \quad & (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = \\
 & = 7 - 2\sqrt{10}.
 \end{aligned}$$

№424

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & (2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 1 = 4 \cdot 5 - 1 = 19; \\
 \text{б)} \quad & (5\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 5\sqrt{7}) = (5\sqrt{7})^2 - \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = \\
 & = 25 \cdot 7 - 13 = 175 - 13 = 162; \\
 \text{в)} \quad & (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6; \\
 \text{г)} \quad & (0,5\sqrt{14} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 0,5\sqrt{14}) = (\sqrt{3})^2 - (0,5\sqrt{14})^2 = \\
 & = 3 - 0,25 \cdot 14 = 3 - 3,5 = -0,5; \\
 \text{д)} \quad & (1 + 3\sqrt{5})^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2 = 1 + 6\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = \\
 & = 46 + 6\sqrt{5}; \\
 \text{е)} \quad & (2\sqrt{3} - 7)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} + 7^2 = \\
 & = 12 + 49 - 28\sqrt{3} = 61 - 28\sqrt{3};
 \end{aligned}$$

$$\text{ж)} (2\sqrt{10} - 2)^2 = (2\sqrt{10})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = \\ = 40 - 4 \cdot 2\sqrt{5} + 2 = 42 - 8\sqrt{5};$$

$$\text{з)} (3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = \\ = 9 \cdot 6 - 12\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3} + 4 \cdot 3 = 66 - 36\sqrt{2}.$$

№425

$$\text{а)} (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - \sqrt{12 \cdot 10} = \\ = 6 + 2\sqrt{30} + 5 - \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 11;$$

$$\text{б)} \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = \sqrt{15 \cdot 4} + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = \\ = 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8;$$

$$\text{в)} (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28} = \\ = (\sqrt{14})^2 - 2 \cdot \sqrt{14} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{4 \cdot 7} = \\ = 14 - 3 \cdot 2\sqrt{4 \cdot 7} + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 2\sqrt{7} = 14 + 18 = 32;$$

$$\text{г)} (3\sqrt{5} + \sqrt{15})^2 - 10\sqrt{27} = \\ = (3\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} + (\sqrt{15})^2 - 10\sqrt{9 \cdot 3} = \\ = 9 \cdot 5 + 6\sqrt{5 \cdot 3 \cdot 5} + 15 - 10 \cdot 3\sqrt{3} = 60 + 30\sqrt{3} - 30\sqrt{3} = 60;$$

$$\text{д)} \left(\sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}} \right)^2 = \\ = \left(\sqrt{4 + \sqrt{7}} \right)^2 + 2\sqrt{4 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{7}} + \left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} \right)^2 = \\ = 4 + \sqrt{7} + 2 \left(\sqrt{4 + \sqrt{7}} \right) \left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} \right) + 4 - \sqrt{7} = \\ = 8 + 2 \left(\sqrt{4^2 - \sqrt{7}^2} \right) = 8 + 2(\sqrt{16 - 7}) = 8 + 2\sqrt{9} = \\ = 8 + 6 = 14;$$

$$\text{е)} \left(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \right)^2 = \\ = \left(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \right)^2 - 2\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \right)^2 =$$

$$= 5 + 2\sqrt{6} - 2\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right) \cdot \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right) + 5 - 2\sqrt{6} =$$

$$= 10 - 2\left(\sqrt{25 - 4 \cdot 6}\right) = 10 - 2\sqrt{1} = 8.$$

№426

a) $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = (\sqrt{x})^2 - 1^2 = x - 1;$

б) $(\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{a})^2 = x - a;$

в) $(\sqrt{m} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{m})^2 + 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = m + 2\sqrt{2m} + 2;$

г) $(\sqrt{3} - \sqrt{x})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2 = 3 - 2\sqrt{3x} + x;$

д) $(5\sqrt{7} - 13)(5\sqrt{7} + 13) = (5\sqrt{7})^2 - 13^2 = 175 - 169 = 6;$

е) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 2 - 9 \cdot 3 = -19;$

ж) $(6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 6^2 - 2 \cdot 6\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{16 \cdot 2} =$
 $= 36 - 12\sqrt{2} + 2 + 3 \cdot 4\sqrt{2} = 38;$

з) $(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} + (\sqrt{18})^2 - 30 =$
 $= 2 + 2\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9} + 18 - 30 = 20 + 12 - 30 = 2.$

№427

a) $x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7});$

б) $5 - c^2 = (\sqrt{5-c})(\sqrt{5+c});$

в) $4a^2 - 3 = (2a - \sqrt{3})(2a + \sqrt{3});$

г) $11 - 16b^2 = (\sqrt{11} - 4b)(\sqrt{11} + 4b);$

д) $y - 3 = (\sqrt{y} - \sqrt{3})(\sqrt{y} + \sqrt{3});$

е) $x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}).$

№428

a) $3 + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1);$

б) $10 - 2\sqrt{10} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} - 2\sqrt{10} = \sqrt{10}(\sqrt{10} - 2);$

в) $\sqrt{x} + x = \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x}(1 + \sqrt{x});$

г) $a - 5\sqrt{a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - 5\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 5);$

- д) $\sqrt{a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}(1 - \sqrt{2})$;
 е) $\sqrt{3m} + \sqrt{5m} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{m} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{m}(\sqrt{3} + \sqrt{5})$;
 ж) $\sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{2} - 1)$;
 з) $\sqrt{33} + \sqrt{22} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

№429

- а) $\frac{b^2 - 5}{b - \sqrt{5}} = \frac{(b - \sqrt{5})(b + \sqrt{5})}{b - \sqrt{5}} = b + \sqrt{5}$;
 б) $\frac{m + \sqrt{6}}{6 - m^2} = \frac{m + \sqrt{6}}{(\sqrt{6} - m)(\sqrt{6} + m)} = \frac{1}{\sqrt{6} - m}$;
 в) $\frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4} = \frac{2 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = -\frac{1}{\sqrt{x} + 2}$;
 г) $\frac{b - 9}{\sqrt{b} + 3} = \frac{(\sqrt{b} - 3)(\sqrt{b} + 3)}{\sqrt{b} + 3} = \sqrt{b} - 3$;
 д) $\frac{a - b}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$;
 е) $\frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{4x - 9y} = \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{(2\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})} = \frac{1}{2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}}$;
 ж) $\frac{\sqrt{7} - 7}{\sqrt{7} - 1} = \frac{\sqrt{7}(1 - \sqrt{7})}{\sqrt{7} - 1} = -\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7} - 1)}{\sqrt{7} - 1} = -\sqrt{7}$;
 з) $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1} = \sqrt{a}$;
 и) $\frac{3 + \sqrt{x}}{3\sqrt{x} + x} = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

№430

- а) $\frac{x^2 - 2}{x + \sqrt{2}} = \frac{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{x + \sqrt{2}} = x - \sqrt{2}$;
 б) $\frac{\sqrt{5} - a}{5 - a^2} = \frac{\sqrt{5} - a}{(\sqrt{5} - a)(\sqrt{5} + a)} = \frac{1}{\sqrt{5} + a}$;

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad \frac{\sqrt{x}-5}{25-x} &= \frac{\sqrt{x}-5}{(\sqrt{5}-\sqrt{x})(\sqrt{5}+\sqrt{x})} = -\frac{1}{5+\sqrt{x}}; \\
 \text{г)} \quad \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}; \\
 \text{д)} \quad \frac{5+\sqrt{10}}{\sqrt{10}} &= \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; \\
 \text{е)} \quad \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{5\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5}; \\
 \text{ж)} \quad \frac{\sqrt{2a}-\sqrt{2b}}{3\sqrt{a}-3\sqrt{b}} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{3(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2}}{3}; \\
 \text{з)} \quad \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}}; \\
 \text{и)} \quad \frac{a+\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+a} &= \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{a}}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}}{a}.
 \end{aligned}$$

№431

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad \frac{x}{\sqrt{5}} &= \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{5}; \\
 \text{б)} \quad \frac{3}{\sqrt{b}} &= \frac{3\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{b};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad \frac{2}{7\sqrt{y}} &= \frac{2\sqrt{y}}{7\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7y}; \\
 \text{г)} \quad \frac{a}{b\sqrt{b}} &= \frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b \cdot b} = \frac{a\sqrt{b}}{b^2}; \\
 \text{д)} \quad \frac{4}{\sqrt{a+b}} &= \frac{4(\sqrt{a+b})}{(\sqrt{a+b})(\sqrt{a+b})} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{a+b}; \\
 \text{е)} \quad \frac{1}{\sqrt{a-b}} &= \frac{1 \cdot \sqrt{a-b}}{(\sqrt{a-b})(\sqrt{a-b})} = \frac{\sqrt{a-b}}{a-b};
 \end{aligned}$$

$$\text{ж)} \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6};$$

$$\text{з)} \frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{4\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{и)} \frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{10}}{10} = 0,3\sqrt{10}.$$

№432

$$\text{а)} \frac{m}{\sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{x};$$

$$\text{б)} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в)} \frac{3}{5\sqrt{c}} = \frac{3 \cdot \sqrt{c}}{5\sqrt{c} \cdot \sqrt{c}} = \frac{3\sqrt{c}}{5c};$$

$$\text{г)} \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6};$$

$$\text{д)} \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\text{е)} \frac{5}{4\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4\sqrt{15} \cdot \sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4 \cdot 15} = \frac{\sqrt{15}}{12}.$$

433.

$$\text{а)} \frac{4}{\sqrt{3}+1} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 2(\sqrt{3}-1);$$

$$\text{б)} \frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -\frac{1+\sqrt{2}}{1} = -(1+\sqrt{2});$$

$$\text{в)} \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y};$$

$$\text{г)} \frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b};$$

$$\text{д)} \frac{33}{7-3\sqrt{3}} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{(7-3\sqrt{3})(7+3\sqrt{3})} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{7^2-3^2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{22} =$$

$$= \frac{3(7+3\sqrt{3})}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{15}{2\sqrt{5}+5} &= \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5}+5)(2\sqrt{5}-5)} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5})^2-5^2} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{4 \cdot 5 - 25} = \\ &= -\frac{15(2\sqrt{5}-5)}{5} = -3(2\sqrt{5}-5) = 15 - 6\sqrt{5}. \end{aligned}$$

435.

$$\text{а) } \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{(x+\sqrt{y})(x-\sqrt{y})} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y};$$

$$\text{б) } \frac{b}{a-\sqrt{b}} = \frac{b(a+\sqrt{b})}{(a-\sqrt{b})(a+\sqrt{b})} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-b};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} &= \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}+\sqrt{2})} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{8} = \\ &= \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{2}; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{12}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2} = -\frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{3} =$$

$$= 4(\sqrt{6}-\sqrt{3});$$

$$\begin{aligned} \text{д) } \frac{9}{3-2\sqrt{2}} &= \frac{9(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{9-4 \cdot 2} = \\ &= 9(3+2\sqrt{2}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{14}{1+5\sqrt{2}} &= \frac{14(1-5\sqrt{2})}{(1+5\sqrt{2})(1-5\sqrt{2})} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1^2-(5\sqrt{2})^2} = \\ &= \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1-50} = -\frac{2 \cdot 7(1-5\sqrt{2})}{7 \cdot 7} = \frac{2(5\sqrt{2}-1)}{7}. \end{aligned}$$

436.

$$\text{а) } \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} = 0,2\sqrt{15}, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{2}{a}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2a}}{a} = \frac{1}{a}\sqrt{2a}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

437.

$$\text{a) } \sqrt{\frac{x}{3}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3x}}{3};$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{5a}}{a};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{д) } \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}; \quad a \geq 0$$

$$\text{е) } \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{4x^2 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3x^2}}{\sqrt{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}; \quad x \geq 0$$

438.

$$\text{a) } \sqrt{\frac{m}{9}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{m}}{3};$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{a}{7}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7a}}{7};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{c}{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{c} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3c}}{6};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{8}{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{2a}}{a}.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

439.

$$\begin{aligned} \frac{9-x^2}{4x} \cdot \frac{8x}{x^2+6x+9} - 2 &= \frac{(3-x)(3+x) \cdot 8x}{4x(x+3)^2} - 2 = \frac{(3-x)(x+3) \cdot 8x}{4x(x+3)^2} - 2 = \\ &= \frac{2(3-x)}{x+3} - 2 = \frac{2(3-x) - 2(x+3)}{x+3} = \frac{6-2x-2x-6}{x+3} = -\frac{4x}{x+3}; \end{aligned}$$

подставляем $x=-2,5$ и находим:

$$-\frac{4x}{x+3} = \frac{-4 \cdot (-2,5)}{-2,5+3} = \frac{10}{0,5} = 20.$$

440.

Обозначим за S км – расстояние от А до В, тогда время велосипедиста в пути равно $\frac{S}{12}$ ч; $\frac{S}{48}$ ч – время мотоциклиста в пути. По условию задачи мотоциклист отправился в путь на 0,5 ч позже и прибыл на 1 ч 15 мин = 1,25 ч раньше, чем велосипедист.

Запишем уравнение: $\frac{S}{12} = 0,5 + \frac{S}{48} + 1,25$;

$$\frac{S}{12} = \frac{S}{48} + 1,75; \quad 4S = S + 84; \quad 3S = 84; \quad S = 28.$$

Ответ: АВ=28 км.

441.

$$a) \frac{3x-1}{2} + \frac{2-x}{3} + 1 = 0; \quad 6\left(\frac{3x-1}{2} + \frac{2-x}{3} + 1\right) = 0;$$

$$3(3x-1) + 2(2-x) + 6 = 0; \quad 9x-3+4-2x+6=0; \quad 7x=-7; \quad x=-1;$$

$$б) \frac{y-10}{6} - \frac{5-2y}{4} = 2,5; \quad 2(y-10) - 3(5-2y) = 2,5 \cdot 12;$$

$$2y-20-15+6y=30; \quad 8y=65; \quad y=8\frac{1}{8}; \quad y=8,125.$$

442.

Условие задачи, $S = \pi(R^2 - r^2)$; $S = \pi R^2 - \pi r^2$; $S + \pi r^2 = \pi R^2$, откуда

$$R^2 = \frac{S + \pi r^2}{\pi}; \quad R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}.$$

$$\text{Ответ: } R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}.$$

443.

1) Для прямой b уравнение: $y = -2x + 1$;

2) Для прямой a уравнение: $y = \frac{1}{5}x - 2$.

444.

- а) $x^2 - 7 = 0$; $x^2 = 7$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$;
 б) $x^2 + 49 = 0$; $x^2 = -49$; уравнение не имеет корней;
 в) $(x+1)^2 = 1$; $x+1 = \pm\sqrt{1}$; $x+1 = \pm 1$;
 1) $x+1 = 1$; $x_1 = 0$; 2) $x+1 = -1$; $x_2 = -2$;
 г) $(x-5)^2 = 2$; $x-5 = \pm\sqrt{2}$; 1) $x-5 = \sqrt{2}$; $x_1 = 5 + \sqrt{2}$;
 2) $x-5 = -\sqrt{2}$; $x_2 = 5 - \sqrt{2}$.

Дополнительные упражнения к главе II

К ПАРАГРАФУ 4

445.

- а) Да;
 б) не всегда;
 в) да;
 г) не всегда.

446.

- а) Да;
 б) да;
 в) да;
 г) не всегда.

447.

- а) Да;
 б) да;
 в) да;
 г) да.

448.

Считаем, что $x = 2n$, $y = 2k$, где n и k – натуральные числа. Тогда:

- а) $x - y = 2n - 2k = 2(n - k) = 2m$ - четное число;
 б) $xy = 2n \cdot 2k = 2(2nk) = 2m$ - четное число;
 в) $3x + y = 6n + 2k = 2(3n + k) = 2m$ - четное число.

449.

Считаем, что $x = 2n + 1$, $y = 2k + 1$. Тогда:

- а) $x + y = 2n + 1 + 2k + 1 = 2(n + k + 1) = 2m$ - четное число;

б) $x - y = 2n + 1 - 2k - 1 = 2n - 2k = 2(n - k)$ - четное число;

в) $xy = (2n + 1)(2k + 1) = 4nk + 2n + 2k + 1 = 2(2nk + n + k) + 1$ - нечетное число.

451.

а) $\frac{23}{64} = 0,359375(0);$

б) $-\frac{7}{25} = -0,28(0);$

в) $\frac{11}{13} = 0,(846153);$

г) $\frac{1}{27} = 0,(037);$

д) $\frac{2}{35} = 0,0(571428);$

е) $-\frac{7}{22} = -0,3(18);$

ж) $\frac{23}{30} = 0,7(6);$

з) $\frac{12}{55} = 0,2(18).$

452*.

Пусть $\frac{a}{b}$ - рациональное число; предположим, что $(\frac{a}{b})^2 = 3$, т.е.

$a^2 = 3b^2$. Пусть a содержит в своем разложении n простых множителей равных 3, где n - число натуральное или нуль. Тогда, число a^2 содержит в разложении $2n$ простых множителей, равных 3. Поскольку $a^2 = 3b^2$, то b^2 содержит в разложении $2n - 1$ простых множителей, но квадрат натурального числа должен быть четным, и мы приходим к противоречию. Итак, не существует рационального числа, квадрат которого равен 3.

454*.

а) Иррациональное число;

б) иррациональное число.

К ПАРАГРАФУ 5

455.

а) $0,3\sqrt{289} = 0,3 \cdot 17 = 5,1;$

б) $-4\sqrt{0,81} = -4 \cdot 0,9 = -3,6;$

в) $\sqrt{\frac{9}{49}} - 1 = \frac{3}{7} - 1 = \frac{3-7}{7} = -\frac{4}{7};$

г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8};$

д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100} = 2 \cdot 0,11 + 10 = 10,22;$

е) $\frac{\sqrt{0,16}}{2\sqrt{0,04}} = \frac{0,4}{2 \cdot 0,2} = \frac{0,4}{0,4} = 1;$

ж) $\sqrt{2500} - \sqrt{625} = 50 - 25 = 25;$

з) $\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9};$

и) $-0,03\sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1;$

к) $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{19} + \frac{1}{2} = \frac{21}{38}.$

456.

а) $5 - (3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}) = 5 - (3 \cdot \frac{2}{3} + 0,5) = 5 - (2 + 0,5) = 5 - 2 - 0,5 =$
 $= 5 - 2,5 = 2,5;$

б) $11 : (0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}) = 11 : (0,15 \cdot 40 - 0,29 \cdot 20) = 11 : 0,2 =$
 $= 110 : 2 = 55;$

в) $(\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) : (\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}) =$
 $= (15 + 3 \cdot 11) : (\frac{2}{3} \cdot 0,3 + 0,78 \cdot 10) = 48 : (\frac{1}{5} + 7,8) = 48 : (0,2 + 7,8) = 48 : 8 = 6;$

г) $(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{342}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2}) : \sqrt{25} = ((-6) \cdot \frac{1}{2} + \frac{18+0,4}{2 \cdot 0,2}) : 5 = (-3+18) : 5 =$
 $= 15 : 5 = 3.$

457.

а) Подставим $x = 2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2 - 10} = \sqrt{0} = 0$;

Подставим $x = 2,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2,2 - 10} = \sqrt{11-10} = 1$;

Подставим $x = 5,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 5,2 - 10} = \sqrt{26-10} = \sqrt{16} = 4$;

Подставим $x = 22$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 22 - 10} = \sqrt{110-10} = \sqrt{100} = 10$;

б) Подставим $y = 1$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2 \cdot 1} = 2$;

Подставим $y = -1,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-1,5)} = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$;

Подставим $y = -15$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-15)} = \sqrt{36} = 6$;

Подставим $y = -37,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-37,5)} = \sqrt{81} = 9$;

в) Подставим $x = 0$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0}}{3-\sqrt{0}} = 1$;

Подставим $x = 1$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{1}}{3-\sqrt{1}} = \frac{4}{2} = 1$;

Подставим $x = 16$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{16}}{3-\sqrt{16}} = \frac{3+4}{3-4} = -7$;

Подставим $x = 0,25$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0,25}}{3-\sqrt{0,25}} = \frac{3+0,5}{3-0,5} = \frac{3,5}{2,5} = \frac{35}{25} = 1\frac{2}{5}$;

г) Подставим $a = 0$, $b = 0$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 0 - 0} = 0$;

Подставим $a = 4$, $b = 7$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 4 - 7} = \sqrt{8-7} = 1$;

д) Подставим $m = 0$, $n = -1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{0-4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} = 2$;

Подставим $m = 33$, $n = 1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{33-4 \cdot 2} = \sqrt{25} = 5$.

458.

а) $5\sqrt{x} = 3$; $(5\sqrt{x})^2 = 3^2$; $25x = 9$; $x = \frac{9}{25}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{3x}} = 1$; $1 = \sqrt{3x}$; $1^2 = (\sqrt{3x})^2$; $1 = 3x$; $x = \frac{1}{3}$;

в) $\frac{1}{4\sqrt{x}} = 2$; $1 = 8\sqrt{x}$; $1^2 = (8\sqrt{x})^2$; $1 = 64x$; $x = \frac{1}{64}$;

г) $\sqrt{x-5} = 4$; $(\sqrt{x-5})^2 = 4^2$; $x-5 = 16$; $x = 21$;

д) $1 + \sqrt{2x} = 10$; $\sqrt{2x} = 9$; $(\sqrt{2x})^2 = 9^2$; $2x = 81$; $x = 40,5$.

459*.

$$\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}} = 2; \quad (\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}})^2 = 2^2; \quad 1+\sqrt{2+\sqrt{x}} = 4; \quad \sqrt{2+\sqrt{x}} = 3;$$
$$(\sqrt{2+\sqrt{x}})^2 = 3^2; \quad 2+\sqrt{x} = 9; \quad \sqrt{x} = 7; \quad x = 49.$$

460.

а) Да; $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 \in Q$

б) нет.

462*.

а) $x \geq 0$;

б) x – любое действительное число;

в) x – любое действительное число;

г) x – любое действительное число;

д) $x = 0$;

е) $x \leq 0$.

463*.

а) \sqrt{ab} ; $ab \geq 0$;

1) $a \geq 0$, $b \geq 0$;

2) $a \leq 0$, $b \leq 0$;

б) $\sqrt{-ab}$; $ab \leq 0$;

1) $a \leq 0$, $b \geq 0$;

2) $a \geq 0$, $b \leq 0$;

в) $\sqrt{a^2b}$; $b \geq 0$; a – любое действительное число;

г) $\sqrt{a^2b^2}$; a, b – любые действительные числа;

д) $\sqrt{-ab^2}$; $a \leq 0$, b – любое действительное число.

464*.

а) При $x > 0$;

б) при $x \geq 0$;

в) при $x \geq 0$, $x \neq 1$.

465.

а) $\sqrt{0,16} + (2\sqrt{0,1})^2 = 0,4 + 4 \cdot 0,1 = 0,8$;

$$\text{б)} (0,2\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{16} = 0,04 \cdot 10 + 0,5 \cdot 4 = 0,4 + 2 = 2,4;$$

$$\text{в)} \sqrt{144} - 0,5(\sqrt{12})^2 = 12 - 0,5 \cdot 12 = 6;$$

$$\text{г)} (3\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 3 + 9 \cdot 3 = 54;$$

$$\text{д)} (5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = 30;$$

$$\text{е)} (-3\sqrt{6})^2 - 3(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 36.$$

К ПАРАГРАФУ 6

468.

$$\text{а)} \sqrt{196 \cdot 0,81 \cdot 0,36} = 14 \cdot 0,9 \cdot 0,6 = 14 \cdot 0,54 = 14 \cdot \frac{54}{100} = 7,56;$$

$$\text{б)} \sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot 0,01} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 7 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{7}{24};$$

$$\text{в)} \sqrt{0,87 \cdot 49 + 0,82 \cdot 49} = \sqrt{49(0,87 + 0,82)} = \sqrt{49 \cdot 1,69} = 7 \cdot 1,3 = 9,1;$$

$$\text{г)} \sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} = \sqrt{1,44 \cdot 0,81} = 1,2 \cdot 0,9 = \frac{12}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{108}{100} = 1,08.$$

469.

$$\begin{aligned} \text{а)} \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} &= \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 289}{164}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \\ &= \frac{17}{2} = 8,5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} &= \sqrt{\frac{98}{(176 - 112)(176 + 112)}} = \sqrt{\frac{98}{64 \cdot 288}} = \sqrt{\frac{49}{64 \cdot 144}} = \\ &= \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96}; \end{aligned}$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\frac{(149 - 76)(149 + 76)}{(457 - 384)(457 + 384)}} = \sqrt{\frac{73 \cdot 225}{73 \cdot 841}} = \frac{15}{29};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}} &= \sqrt{\frac{(145,5 - 96,5)(145,5 + 96,5)}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} = \\ &= \sqrt{\frac{49 \cdot 242}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} = \sqrt{\frac{49 \cdot 121}{81 \cdot 225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}. \end{aligned}$$

470.

а) $15\sqrt{20} \cdot 0,1\sqrt{45} = 1,5\sqrt{20 \cdot 45} = 1,5\sqrt{900} = 1,5 \cdot 30 = 45;$

б) $0,3\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{15} \cdot 0,5\sqrt{6} = 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,5\sqrt{10 \cdot 15 \cdot 6} = 0,03\sqrt{900} = 0,3 \cdot \sqrt{9} = 0,9;$

в) $\frac{8\sqrt{5}}{0,4\sqrt{0,2}} = \frac{8}{0,4} \sqrt{\frac{5}{0,2}} = 20\sqrt{25} = 100;$

г) $\frac{\sqrt{0,48}}{5\sqrt{12}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{0,48}{12}} = \frac{1}{5} \sqrt{0,04} = \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \frac{1}{25}.$

471*.

а) $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b};$

б) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}.$

472.

а) $\sqrt{(-12)^2} = |12| = 12;$

б) $-\sqrt{10^2} = -|10| = -10;$

в) $\sqrt{-10^2}$ выражение не имеет смысла;

г) $-\sqrt{(-11)^2} = -|11| = -11;$

д) $\sqrt{-(-15)^2}$ выражение не имеет смысла;

е) $-\sqrt{(-25)^2} = -|25| = -25.$

473.

а) $3\sqrt{(-2)^6} = 3|(-2)^3| = 3 \cdot 8 = 24;$

б) $-2\sqrt{10^4} = -2 \cdot 10^2 = -200;$

в) $-3\sqrt{5^4} = -3 \cdot 5^2 = -3 \cdot 25 = -75;$

г) $0,1\sqrt{2^{10}} = 0,1 \cdot 2^5 = 0,1 \cdot 32 = 3,2;$

д) $0,1\sqrt{(-3)^8} = 0,1 \cdot (-3^4) = 0,1 \cdot 81 = 8,1;$

е) $100\sqrt{0,1^{10}} = 100 \cdot (0,1)^5 = 100 \cdot 0,00001 = 0,001;$

ж) $-\sqrt{(-2)^{12}} = -(-2)^6 = -64;$

з) $2,5\sqrt{(-0,1)^4} = 2,5 \cdot (0,1)^2 = 2,5 \cdot 0,01 = 0,025.$

474.

а) $\sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8;$

б) $\sqrt{9^5} = 9^2 \cdot 3 = 3^5 = 243;$

в) $\sqrt{16^5} = 16^2 \cdot 4 = 2^{10} = 1024;$

г) $\sqrt{25^3} = \sqrt{25^2 \cdot 25} = 5^3 = 125;$

д) $\sqrt{8 \cdot 162} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 81 \cdot 2} = \sqrt{81 \cdot 4^2} = 9 \cdot 4 = 36;$

е) $\sqrt{96 \cdot 486} = \sqrt{96 \cdot 6 \cdot 81} = \sqrt{576 \cdot 81} = 24 \cdot 9 = 216;$

ж) $\sqrt{750 \cdot 270} = \sqrt{75 \cdot 27 \cdot 100} = \sqrt{9^2 \cdot 25 \cdot 100} = 9 \cdot 5 \cdot 10 = 450;$

з) $\sqrt{853 \cdot 776} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 84 \cdot 11 = 924.$

475*.

Ответ: при $x \geq 0$.

476*.

а) y — любое число;

б) x — любое число;

в) $x \geq 0;$

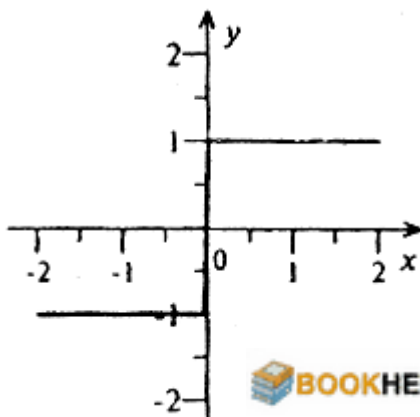
г) $c \leq 0;$

д) $a \leq 0;$

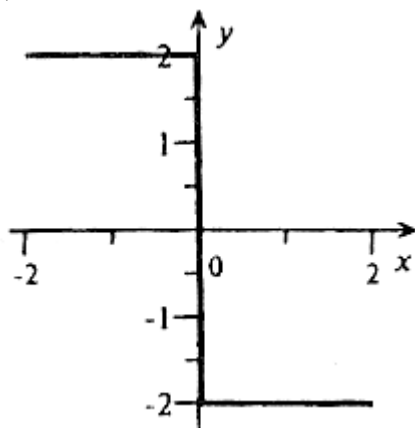
е) b — любое число.

477*.

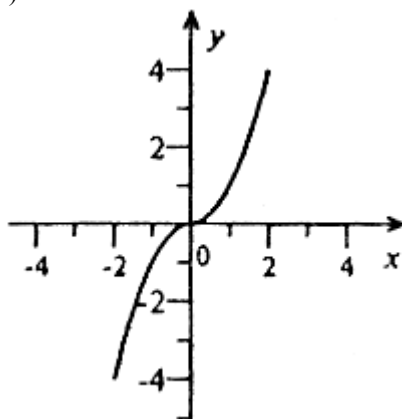
а)



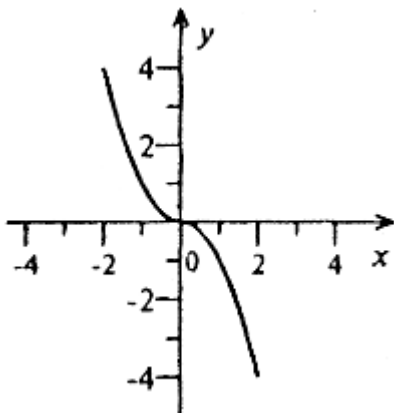
6)



B)



д)



478.

а) $\sqrt{a^4 b^4} = a^2 b^2$;

б) $\sqrt{b^6 c^8} = b^3 c^4$, $b \geq 0$;

в) $\sqrt{16x^4 y^{12}} = 4x^2 y^6$;

г) $\sqrt{0,25p^2 y^6} = 0,5p(-y^3) = -0,5py^3$, $p \geq 0$, $y \leq 0$;

д) $\sqrt{\frac{p^4}{a^8}} = \frac{p^2}{a^4}$;

е) $\sqrt{\frac{16a^{12}}{b^{10}}} = \frac{4a^6}{b^5}$, $b > 0$;

ж) $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}} = \frac{2(-x)}{-y^3} = \frac{2x}{y^3}$, $x < 0$, $y < 0$;

з) $\sqrt{\frac{c^6}{9a^2}} = \frac{(-c^3)}{3a} = -\frac{c^3}{3a}$, $c < 0$, $a > 0$.

479.

а) $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = |a|$;

б) $\sqrt{(-a)^2 (-b)^4} = \sqrt{a^2 b^4} = |ab^2| = |a||b^2| = |a|b^2$.

К ПАРАГРАФУ 7

480.

- а) $0,5\sqrt{60a^2} = 0,5\sqrt{15 \cdot 4a^2} = 0,5 \cdot 2|a|\sqrt{15} = |a|\sqrt{15};$
 б) $2,1\sqrt{300x^4} = 2,1\sqrt{3 \cdot 100x^4} = 2,1 \cdot 10x^2\sqrt{3} = 21x^2\sqrt{3};$
 в) $0,1\sqrt{150x^3} = 0,1\sqrt{25 \cdot 6x^2 \cdot x} = 0,1 \cdot 5|x|\sqrt{6x} = 0,5x\sqrt{6x};$
 г) $0,2\sqrt{225a^5} = 0,2 \cdot 15a^2\sqrt{a} = 3a^2\sqrt{a};$
 д) $a\sqrt{18a^2b} = a\sqrt{9 \cdot 2a^2b} = |a| \cdot 3a\sqrt{2b};$
 е) $-m\sqrt{48am^4} = -m\sqrt{16 \cdot 3am^4} = -m \cdot 4m^2\sqrt{3a} = -4m^3\sqrt{3a}.$

481*.

- а) $\sqrt{9a^2b} = -3a\sqrt{b}, \quad a < 0;$
 б) $\sqrt{25a^2b^3} = 5ab\sqrt{b}, \quad a > 0;$
 в) $\sqrt{144a^3b^3} = 12(-a)(-b)\sqrt{ab} = 12ab\sqrt{ab}, \quad a < 0, \quad b < 0;$
 г) $\sqrt{32a^4x^3} = 4a^2|x|\sqrt{2x}; \quad 4a^2x\sqrt{2x}, \quad x > 0;$
 д) $\sqrt{-3c^3} = -c\sqrt{-3c}, \quad c < 0;$
 е) $\sqrt{-5m^7} = -m^3\sqrt{-5m}, \quad m < 0;$
 ж) $a\sqrt{a^5} = a^3\sqrt{a}; \quad a > 0;$
 з) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3} = \frac{|x|}{x}\sqrt{-x} = -\sqrt{-x}, \quad x < 0.$

482*.

- а) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a^2}, \quad a \geq 0;$
 б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}, \quad a < 0;$
 в) $x\sqrt{\frac{2}{x}} = \sqrt{\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{2x};$
 г) $x\sqrt{-\frac{2}{x}} = \sqrt{-\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{-2x}.$

483*.

- а) Равенство верно при $x \geq 0$;
 б) Равенство верно при $y \leq 0$;
 в) Равенство верно при $c \leq 0$;
 г) Равенство верно при $a \leq 0$;

484*.

а) $x^2 \sqrt{\frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{x^4}{x}} = \sqrt{x^3}$;

б) $-x^2 \sqrt{5} = -\sqrt{5x^4}$;

в) $-3a \sqrt{\frac{1}{3}a} = -\sqrt{3a^3}$;

г) $3a \sqrt{-\frac{a}{3}} = -\sqrt{-3a^3}$;

д) $ab \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{ab^3}$, $a > 0$, $b > 0$;

е) $2ab \sqrt{\frac{a}{2b}} = \sqrt{2a^3b}$, $a < 0$, $b < 0$;

ж) $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $a > 0$, $b > 0$;

з) $-ab \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{ab^2 + a^2b}$, $a > 0$, $b < 0$.

487.

а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{ax} - \sqrt{bx}$;

б) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{x} = x + \sqrt{xy}$;

в) $\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{ab} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$;

г) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})\sqrt{mn} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{mn} - \sqrt{n} \cdot \sqrt{mn} = m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$;

д) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(2\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} - \sqrt{y} \cdot \sqrt{y} =$
 $= 2x + \sqrt{xy} - y$;

е) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(3\sqrt{a} + 2\sqrt{b}) = 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} =$
 $= 3a - \sqrt{ab} - 2b$;

ж) $(2\sqrt{a} + \sqrt{b})(3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}) =$

$$= 2\sqrt{a} \cdot 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = 6a - \sqrt{ab} - 2b;$$

$$\begin{aligned} 3) (4\sqrt{x} - \sqrt{2x})(\sqrt{x} - \sqrt{2x}) &= \\ &= 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{2x} = 6x - 5x\sqrt{2}. \end{aligned}$$

488.

$$a) (1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x} + x) = 1^3 - (\sqrt{x})^3 = 1 - x\sqrt{x};$$

$$б) (\sqrt{a} + 2)(a - 2\sqrt{a} + 4) = (\sqrt{a})^3 + 2^3 = a\sqrt{a} + 8;$$

$$в) (\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + n + \sqrt{mn}) = (\sqrt{m})^3 - (\sqrt{n})^3 = m\sqrt{m} - n\sqrt{n};$$

$$г) (x + \sqrt{y})(x^2 + y - x\sqrt{y}) = x^3 + (\sqrt{y})^3 = x^3 + y\sqrt{y}.$$

489.

$$a) (\sqrt{6+4\sqrt{2}})^2 = (2+\sqrt{2})^2; \quad 6+4\sqrt{2} = 4+2 \cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2;$$

$$6+4\sqrt{2} = 6+4\sqrt{2}, \text{ тождество доказано};$$

$$б) (\sqrt{8\sqrt{3}+19})^2 = (\sqrt{3}+4)^2; \quad 8\sqrt{3}+19 = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 4\sqrt{3} + 16;$$

$$8\sqrt{3}+19 = 8\sqrt{3}+19, \text{ тождество доказано}.$$

490.

$$\begin{aligned} a) \text{ Подставим } x = 1 + \sqrt{5}: \quad x^2 - 6 &= (1 + \sqrt{5})^2 - 6 = 1 + 2\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 6 = \\ &= 2\sqrt{5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} б) \text{ Подставим } x = 3 - \sqrt{3}: \quad x^2 - 6x &= (3 - \sqrt{3})^2 - 6(3 - \sqrt{3}) = \\ &= 9 - 2 \cdot 3\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 6 \cdot 3 + 6\sqrt{3} = -6; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} в) \text{ Подставим } x = 2 + \sqrt{3}: \quad x^2 - 4x + 3 &= (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + 3 = \\ &= 4 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} г) \text{ Подставим } x = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}: \quad x^2 - 3x + 5 &= \left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right) + 5 = \\ &= \frac{9 + 3 \cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 = \\ &= \frac{11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + 20}{4} = \frac{13}{4} = 3,25. \end{aligned}$$

491*.

$$1) (\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 =$$

$$\begin{aligned}
 &= (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 = \\
 &= 7+4\sqrt{3} + 2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} + 7-4\sqrt{3} = 14 + 2\sqrt{49-16 \cdot 3} = \\
 &= 14 + 2\sqrt{1} = 16;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \sqrt{49-16 \cdot 3} = \\
 &= \sqrt{49-48} = 1 - \text{натуральное число.}
 \end{aligned}$$

492.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \frac{1}{3\sqrt{2}-4} - \frac{1}{3\sqrt{2}+4} &= \frac{3\sqrt{2}+4-3\sqrt{2}+4}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = \frac{8}{(3\sqrt{2})^2-4^2} = \\
 &= \frac{8}{9 \cdot 2 - 16} = \frac{8}{2} = 4; - \text{рациональное число;}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \frac{1}{5+2\sqrt{6}} + \frac{1}{5-2\sqrt{6}} &= \frac{5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \frac{10}{25-4 \cdot 6} = \\
 &= \frac{10}{1} = 10 - \text{рациональное число.}
 \end{aligned}$$

493.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \frac{1}{11-2\sqrt{30}} - \frac{1}{11+2\sqrt{30}} &= \frac{11+2\sqrt{30}-11+2\sqrt{30}}{(11-2\sqrt{30})(11+2\sqrt{30})} = \frac{4\sqrt{30}}{121-4 \cdot 30} = \\
 &= \frac{4\sqrt{30}}{1} = 4\sqrt{30};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \frac{5}{3+2\sqrt{2}} + \frac{5}{3-2\sqrt{2}} &= \frac{5(3-2\sqrt{2})-5(3+2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \\
 &= \frac{15-10\sqrt{2}+15+10\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{30}{9-4 \cdot 2} = 30;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} &= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \\
 &= \frac{(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \\
 &= \frac{16 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15}}{5-3} = \frac{16}{2} = 8;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \frac{11+\sqrt{21}}{11-\sqrt{21}} + \frac{11-\sqrt{21}}{11+\sqrt{21}} = \frac{(11+\sqrt{21})^2 + (11-\sqrt{21})^2}{(11-\sqrt{21})(11+\sqrt{21})} = \\
 & = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21} + (\sqrt{21})^2 + 11^2 - 2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21} + (\sqrt{21})^2}{11^2 - (\sqrt{21})^2} = \\
 & = \frac{121 + 22\sqrt{21} + 21 + 121 - 22\sqrt{21} + 21}{121 - 21} = \frac{284}{100} = 2,84.
 \end{aligned}$$

494.

Подставим $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2 - 3xy + y^2}{x + y + 2} &= \frac{1}{3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} + 2} [(3 + \sqrt{5})^2 - 3(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) + \\
 &+ (3 - \sqrt{5})^2] = \frac{1}{8} [9 + 2 \cdot 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 3(9 - (\sqrt{5})^2) + 9 - 2 \cdot 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2] = \\
 &= \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5 - 3(9 - 5) + 9 - 6\sqrt{5} + 5}{8} = \frac{28 - 3 \cdot 4}{8} = \frac{16}{8} = 2.
 \end{aligned}$$

Ответ: 2.

495*.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = x + \sqrt{xy} + y; \\
 \text{б)} \quad & \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)} = \frac{1}{a - \sqrt{ab} + b}; \\
 \text{в)} \quad & \frac{2\sqrt{2} - x\sqrt{x}}{2 + \sqrt{2x} + x} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{x})(2 + \sqrt{2x} + x)}{2 + \sqrt{2x} + x} = \sqrt{2} - \sqrt{x}; \\
 \text{г)} \quad & \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{a\sqrt{a} + 3\sqrt{3}} = \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{3})^3} = \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{(\sqrt{a} + \sqrt{3})(a - \sqrt{3a} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{3}}.
 \end{aligned}$$

496.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{\sqrt{70} - \sqrt{30}}{\sqrt{35} - \sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{35} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{35} - \sqrt{15})}{\sqrt{35} - \sqrt{15}} = \sqrt{2}; \\
 \text{б)} \quad & \frac{\sqrt{15} - 5}{\sqrt{6} - \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad \frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}} &= \frac{2\sqrt{2 \cdot 5}-\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot 2-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}; \\
 \text{г)} \quad \frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}} &= \frac{3 \cdot 3-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}-2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{3}-2)}{\sqrt{2}(3\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; \\
 \text{д)} \quad \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2}} = \\
 &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)} = \sqrt{3}; \\
 \text{е)} \quad \frac{(\sqrt{10}-1)^2-3}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} &= \frac{(\sqrt{10}-1-\sqrt{3})(\sqrt{10}-1+\sqrt{3})}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \sqrt{10}-1-\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

497.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}} &= \frac{(1+\sqrt{a})\sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}+a}{a}; \\
 \text{б)} \quad \frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}} &= \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+b)}{b\sqrt{y}} = \frac{y(\sqrt{y}+b)}{by} = \frac{\sqrt{y}+b}{b}; \\
 \text{в)} \quad \frac{x-\sqrt{ax}}{a\sqrt{x}} &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{a}; \\
 \text{г)} \quad \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} &= \frac{(a\sqrt{b}+b\sqrt{a})\sqrt{ab}}{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab}} = \frac{a\sqrt{b} \cdot \sqrt{ab} + b\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}}{ab} = \\
 &= \frac{ab\sqrt{a} + ab\sqrt{b}}{ab} = \frac{ab(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}; \\
 \text{д)} \quad \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{3}-3)}{5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5}; \\
 \text{е)} \quad \frac{2-3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} &= \frac{(2-3\sqrt{2})\sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot 2} = \frac{2\sqrt{2}-3 \cdot 2}{8} = \\
 &= \frac{2\sqrt{2}-6}{8} = \frac{\sqrt{2}-3}{4}.
 \end{aligned}$$

498.

$$\text{а)} \quad \frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(x-\sqrt{xy}+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{x\sqrt{x} - x\sqrt{y} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} - y\sqrt{x} + y\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x - y};$$

$$\text{б)} \frac{9 + 3\sqrt{a} + a}{3 + \sqrt{a}} = \frac{(9 + 3\sqrt{a} + a)(3 - \sqrt{a})}{(3 + \sqrt{a})(3 - \sqrt{a})} = \frac{27 - a\sqrt{a}}{3^2 - (\sqrt{a})^2} = \frac{27 - a\sqrt{a}}{9 - a};$$

$$\text{в)} \frac{1 - 2\sqrt{x} + 4x}{1 - 2\sqrt{x}} = \frac{(1 - 2\sqrt{x} + 4x)(1 + 2\sqrt{x})}{(1 - 2\sqrt{x})(1 + 2\sqrt{x})} =$$

$$= \frac{1 - 2\sqrt{x} + 4x + 2\sqrt{x} - 4x + 8x\sqrt{x}}{1^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{1 + 8x\sqrt{x}}{1^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{1 + 8x\sqrt{x}}{1 - 4x};$$

$$\text{г)} \frac{a^2b + 2a\sqrt{b} + 4}{a\sqrt{b} + 2} = \frac{(a^2b + 2a\sqrt{b} + 4)(a\sqrt{b} - 2)}{(a\sqrt{b} + 2)(a\sqrt{b} - 2)} = \frac{a^3b\sqrt{b} - 8}{(a\sqrt{b})^2 - 4} =$$

$$= \frac{a^3b\sqrt{b} - 8}{a^2b - 4}.$$

499.

$$\text{а)} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x - y}{x + \sqrt{xy}};$$

$$\text{б)} \frac{a + \sqrt{b}}{a\sqrt{b}} = \frac{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})}{a\sqrt{b}(a - \sqrt{b})} = \frac{a^2 - (\sqrt{b})^2}{a^2\sqrt{b} - ab} = \frac{a^2 - b}{a^2\sqrt{b} - ab};$$

$$\text{в)} \frac{7 - \sqrt{a}}{49 - 7\sqrt{a} + a} = \frac{(7 - \sqrt{a})(7 + \sqrt{a})}{(49 - 7\sqrt{a} + a)(7 + \sqrt{a})} = \frac{(7 - \sqrt{a})(7 + \sqrt{a})}{7^3 + a\sqrt{a}} =$$

$$= \frac{7^2 - (\sqrt{a})^2}{7^3 + a\sqrt{a}} = \frac{49 - a}{343 + a\sqrt{a}};$$

$$\text{г)} \frac{\sqrt{mn} + 1}{mn + \sqrt{mn} + 1} = \frac{(\sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)}{(mn + \sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)} = \frac{(\sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)}{mn\sqrt{mn} - 1} =$$

$$= \frac{(\sqrt{mn})^2 - 1^2}{mn\sqrt{mn} - 1} = \frac{mn - 1}{mn\sqrt{mn} - 1}.$$

500*.

$$\text{а)} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1)}{[\sqrt{2} + (\sqrt{3} + 1)][\sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1)]} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} + 1)^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{2 - 4 - 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{-2 - 2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1)(1 - \sqrt{3})}{-2(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1 - \sqrt{6} + 3 + \sqrt{3}}{-2(1-3)} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{4};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3} + 2} &= \frac{\sqrt{5} - (2 - \sqrt{3})}{[\sqrt{5} + (2 - \sqrt{3})][\sqrt{5} - (2 - \sqrt{3})]} = \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (2 - \sqrt{3})^2} = \\ &= \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{5 - (4 - 4\sqrt{3} + 3)} = \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{-2 + 4\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 1)}{2(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)} = \\ &= \frac{2\sqrt{15} - 4\sqrt{3} + 6 + \sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{2(12 - 1)} = \frac{4 + 2\sqrt{15} + \sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{22}. \end{aligned}$$

501*.

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}.$$

Дробь принимает наибольшее значение, когда ее знаменатель наименьшее, значит $x = 0$.

502.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{160} &= 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{16 \cdot 10} = 15\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 5}} - 4\sqrt{10} = \\ &= 3 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 25}{25}} - 4\sqrt{10} = 3\sqrt{10} - 4\sqrt{10} = -\sqrt{10}; \end{aligned}$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{135} + 10\sqrt{0,6} = \sqrt{5 \cdot 27} + 10\sqrt{\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5}} = 3\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 5\sqrt{15};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad 6\sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{27} &= 6\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{9 \cdot 3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}} - 3\sqrt{3} = \\ &= \frac{12}{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad 0,5\sqrt{24} + 10\sqrt{\frac{3}{8}} &= 0,5\sqrt{4 \cdot 6} + 10\sqrt{\frac{3}{2 \cdot 4}} = 0,5 \cdot 2\sqrt{6} + \frac{10}{2}\sqrt{\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2}} = \\ &= \sqrt{6} + 2,5\sqrt{6} = 3,5\sqrt{6}. \end{aligned}$$

503*.

$$\text{а)} \quad \left(\frac{1}{x + x\sqrt{y}} + \frac{1}{x - x\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{x - x\sqrt{y} + x + x\sqrt{y}}{(x + x\sqrt{y})(x - x\sqrt{y})} \cdot \frac{y-1}{2} =$$

$$= \frac{2x}{x^2 - (x\sqrt{y})^2} \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{2x(y-1)}{2x^2(1-y)} = -\frac{y-1}{x(y-1)} = -\frac{1}{x};$$

$$\begin{aligned} 6) & \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b}) - \sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \frac{2\sqrt{ab}}{(a-b)} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \\ &= \frac{2\sqrt{ab} \cdot (a-b)^2}{(a-b) \cdot 2} = \sqrt{ab}(a-b). \end{aligned}$$

ГЛАВА III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

19. Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения

№504.

Ответ: а) является; б) нет; в) является; г) нет; д) неполное квадратное уравнение; е) неполное квадратное уравнение.

№505.

Коэффициенты:

а) $a=5$; $b=-9$; $c=4$;

б) $a=1$; $b=3$; $c=-10$;

в) $a=-1$; $b=-8$; $c=1$;

г) $a=-4$; $b=5$; $c=0$;

д) $a=6$; $b=0$; $c=-30$;

е) $a=9$; $b=0$; $c=0$.

№506.

а) $(2x-1)(2x+1)=x(2x+3)$;

$4x^2-1=2x^2+3x$;

$2x^2-3x-1=0$;

б) $(3x+2)^2=(x+2)(x-3)$;

$(3x+2)^2=x^2-3x+2x-6$;

$9x^2+12x+4=x^2-3x+2x-6$;

$8x^2+13x+10=0$;

в) $(x+1)(x+2)=(2x-1)(x-2)$;

$x^2+2x+x+2=2x^2-4x+2-x$;

$x^2+3x+2-2x^2+5x-2=0$

$-x^2+8x=0$;

$x^2-8x=0$;

г) $(x+3)(3x-2)=(4x+5)(2x-3)$;

$(x+3)(3x-2)=8x^2-12x+10x-15$;

$3x^2-2x+9x-6=8x^2-12x+10x-15$;

$5x^2-9x-9=0$.

№507.

а) $4x^2 - 2x(3x+1) = 5$;

$4x^2 - 6x^2 - 2x = 5$;

$-2x^2 - 2x = 5$;

$2x^2 + 2x + 5 = 0$;

б) $x^2 + (1-x)(1-3x) = x$;

$x^2 + 1 - 3x - x + 3x^2 = x$;

$4x^2 - 5x + 1 = 0$;

в) $-5x(x+6) = 4(x-3) - 10$;

$-5x^2 - 30x = 4x - 12 - 10$;

$5x^2 + 30x + 4x - 12 - 10 = 0$;

$5x^2 + 34x - 22 = 0$;

г) $(x-8)(2x+3) = (3x-5)(x+4)$;

$2x^2 + 3x - 16x - 24 = 3x^2 + 12x - 5x - 20$;

$-2x^2 - 3x + 16x + 24 + 3x^2 + 12 - 5x - 20 = 0$;

$x^2 + 20x + 4 = 0$;

№508.

1) $7x^2 - 12x = 0$;

2) $2x^2 - 4 = 0$;

3) $x^2 = 0$;

№509.

а) $4x^2 - 9 = 0$; $(2x-3)(2x+3) = 0$;

1) $2x+3=0$; $2x=-3$; $x=-1\frac{1}{2}$;

2) $2x-3=0$; $2x=3$; $x=1\frac{1}{2}$; $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{2}$;

б) $-x^2 + 3 = 0$; $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$;

в) $-0,1x^2 + 10 = 0$; $0,1x^2 = 10$; $x^2 = 10$; $0,1$;

$x_{1,2} = \pm \sqrt{100}$; $x_{1,2} = \pm 10$;

г) $y^2 - \frac{1}{9} = 0$; $y^2 = \frac{1}{9}$; $y_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}}$; $y_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$;

д) $6y^2 + 24 = 0$; $6y^2 = -24$; $y^2 = -4$; но квадрат числа не может быть меньше нуля, следовательно, корней нет;

$$\text{e) } 3m^2 - 1 = 0; 3m^2 = 1; m^2 = \frac{1}{3}; m_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$m_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}}; m_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

№510.

$$\text{a) } 3x^2 - 4x = 0; x(3x - 4) = 0; x = 0; 3x - 4 = 0;$$

$$3x = 4; x = 1 \frac{1}{3};$$

$$x_1 = 0; x_2 = 1 \frac{1}{3};$$

$$\text{б) } -5x^2 + 6x = 0; 5x^2 - 6x = 0; x(5x - 6) = 0;$$

$$x = 0; 5x - 6 = 0; 5x = 6; x = 1 \frac{1}{5};$$

$$x_1 = 0; x_2 = 1 \frac{1}{5};$$

$$\text{в) } 10x^2 + 7x = 0; x(10x + 7) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) 10x + 7 = 0;$$

$$10x = -7; x = -\frac{7}{10}; x = -0,7;$$

$$x_1 = 0; x_2 = -0,7;$$

$$\text{г) } 4a^2 - 3a = 0; a(4a - 3) = 0;$$

$$1) a = 0; 2) 4a - 3 = 0;$$

$$4a = 3; a = \frac{3}{4}; a_1 = 0; a_2 = \frac{3}{4};$$

$$\text{д) } 6z^2 - z = 0; z(6z - 1) = 0;$$

$$1) z = 0; 2) 6z - 1 = 0;$$

$$6z = 1; z = \frac{1}{6};$$

$$z_1 = 0; z_2 = \frac{1}{6};$$

$$\text{е) } 2y + y^2 = 0; y(2 + y) = 0;$$

$$1) y = 0; 2) 2 + y = 0;$$

$$y = -2; y_1 = 0; y_2 = -2.$$

№511.

$$\text{a) } 2x^2 + 3x = 0; x(2x + 3) = 0;$$

$$1) x=0; 2) 2x+3=0; 2x=-3;$$

$$x=-1\frac{1}{2}; x_1=0; x_2=-1\frac{1}{2};$$

$$б) 3x^2-2=0; 3x^2=2; x^2=\frac{2}{3}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3}{3}}=\pm\frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$в) 5u^2-4u=0; u(5u-4)=0;$$

$$1) u=0; 2) 5u-4=0;$$

$$u=\frac{4}{5}; u_1=0; u_2=\frac{4}{5};$$

$$г) 7a-14a^2=0; 7a(1-2a)=0;$$

$$1) a=0; 2) 1-2a=0;$$

$$2a=1; a=\frac{1}{2}; a_1=0; a_2=\frac{1}{2};$$

$$д) 1-4y^2=0; (1-2y)(1+2y)=0;$$

$$1) 1+2y=0; 2y=-1; y=-\frac{1}{2};$$

$$2) 1-2y=0; 2y=1; y=\frac{1}{2};$$

$$y_1=\frac{1}{2}; y_2=-\frac{1}{2};$$

$$е) 2x^2-6=0; 2(x^2-3)=0; x^2=3;$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{3}.$$

№512.

$$а) 4x^2-3x+7=2x^2+x+7;$$

$$2x^2-4x=0; 2x(x-2)=0;$$

$$1)x=0; 2) x-2=0; x=2;$$

$$x_1=0; x_2=2;$$

$$б) -5y^2+8y+8=8y+3;$$

$$-5y^2+5=0; 5(y^2-1)=0; y^2=1;$$

$$y_{1,2}=\pm 1;$$

$$в) 10-3x^2=x^2+10-x; 10-3x^2-x^2-10+x=0;$$

$$-4x^2+x=0; 4x^2-x=0; x(4x-1)=0;$$

$$1)x=0; 2) 4x-1=0; 4x=1; x=\frac{1}{4}; x_1=0; x_2=\frac{1}{4};$$

$$г) 1-2y+3y^2=y^2-2y+1; 3y^2-2y+1-y^2+2y-1=0;$$

$$2y^2=0; y=0.$$

№513.

a) $(x+3)(x-4)=-12$; $x^2-4x+3x-12=-12$;
 $x^2-x=0$; $x(x-1)=0$; $x=0$; $x-1=0$; $x=1$;
 $x_1=0$; $x_2=1$;

б) $1\frac{2}{3}x+(2x+1)\left(\frac{1}{3}x-1\right)=0$;

$1\frac{2}{3}x+2\cdot\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{1}{3}x-1=0$;

$\frac{2}{3}x^2-1=0$; $x^2-\frac{3}{2}=0\cdot\frac{3}{2}$; $x^2=\frac{3}{2}$;

$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$;

в) $(3x-1)^2-1=0$;

$(3x-1-1)(3x-1+1)=0$; $(3x-2)(3x+0)=0$;

$3x-2=0$; $3x=2$; $x=\frac{2}{3}$; $3x=0$; $x=0$;

$x_1=\frac{2}{3}$; $x_2=0$;

г) $3x(2x+3)=2x(x+4,5)+2$; $6x^2+9x=2x^2+9x+2$;
 $4x^2-2=0$; $2(2x^2-1)=0$;

$2x^2=1$; $x^2=\frac{1}{2}$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$;

д) $18-(x-5)(x-4)=-x^2$; $18-(x^2-4x-5x+20)=-x^2$;

$18-x^2+4x+5x-20+x^2=0$; $9x-2=0$; $9x=2$; $x=\frac{2}{9}$;

е) $(x-1)(x+1)=2(x^2-3)$; $x^2-1=2x^2-6$; $x^2-1-2x^2+6=0$;
 $-x^2+5=0$; $x^2-5=0$; $x^2=5$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$.

№514.

a) $x^2-5=(x+5)(2x-1)$; $x^2-5=2x^2-x+10x-5$;

$x^2+9x=0$; $x(x+9)=0$;

$x=0$; $x+9=0$; $x=-9$;

$x_1=0$; $x_2=-9$;

б) $(2x+3)(3x+1)=11x+30$; $6x^2+2x+9x+3-11x-30=0$;

$6x^2-27=0$; $3(2x^2-9)=0$;

$$2x^2-9=0; 2x^2=9; x^2=\frac{9}{2};$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{9}{2}}=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в)} 2x-(x+1)^2=3x^2-6; 2x-(x^2+2x+1)=3x^2-6;$$

$$3x^2-6-2x+x^2+2x+1=0; 4x^2-5=0; 4x^2=5;$$

$$x^2=\frac{5}{4}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{5}{4}}; x_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$\text{г)} 6a^2-(a+2)^2=-4(a-4); 6a^2-(a^2+4a+4)=-4a+16;$$

$$6a^2-a^2-4a-4+4a-16=0; 5a^2-20=0; 5(a^2-4)=0;$$

$$a^2-4=0; a^2=4; a_{1,2}=\pm 2;$$

$$\text{д)} x(7-6x)=(1-3x)(1+2x); 7x-6x^2=1+2x-3x-6x^2;$$

$$7x-1-2x+3x=0; 8x-1=0; 8x=1; x=\frac{1}{8};$$

$$\text{е)} (5y+2)(y-3)=-13(2+y); 5y^2-15y+2y-6=-26-13y;$$

$$5y^2-13y-6+26+13y=0; 5y^2+20=0; 5(y^2+4)=0;$$

$y^2+4=0; y^2=-4$; корней нет, поскольку квадрат действительного числа не может быть меньше нуля.

№515.

Обозначим за n и $(n+1)$ – два последовательных целых числа. Их произведение по условию задачи 1,5 раза больше квадрата меньшего из них. Составим уравнение:

$$n(n+1)=1,5n^2; n^2+n-1,5n^2=0; -0,5n^2+n=0;$$

$$0,5n^2-n=0; n(0,5n-1)=0; n_1=0; \text{(не подходит по условию задачи)};$$

$$0,5n-1=0; 0,5n=1; n=1:0,5; n=2; n+1=3.$$

Ответ: 2 и 3.

№516.

Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S=a^2$ (см²).

$$\text{Тогда имеем: } S=S_{\text{тр}}+S_{\text{ост части}}; S_{\text{кв}}=59+85; S=144 \text{ см}^2; \text{ т.е. } a^2=144 \text{ см}^2;$$

$$a=\pm\sqrt{144}=\pm 12; a_1=12; a_2=-12 \text{ – не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть отрицательным числом.}$$

Ответ: 12 см.

№517.

Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}}=a^2$ (см²). По условию задачи, $S_{\text{кв}}-S_{\text{кр}}=12$ (см²). Составим уравнение:

$a^2-12=36$; $a^2=48$. Откуда находим:

$$a_{1,2}=\pm\sqrt{48}; a_{1,2}=\pm\sqrt{16\cdot 3};$$

$a_1=4\sqrt{3}$; $a_2=-4\sqrt{3}$ - не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля.

Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

№518.

Площадь круга равна πr^2 , где r – радиус круга.

Из условия $S_{\text{кр}}=1$ дм². Составляем уравнение: $\pi r^2=1$; $r^2=\frac{1}{\pi}$;

$r_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot\pi}{\pi\cdot\pi}}=\pm\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_1=\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_2=-\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ - не подходит, так как радиус круга не может быть меньше нуля.

Ответ: $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ дм.

№519.

Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}}=a^2$, $S_{\text{кр}}=\pi r^2$. По условию задачи площади круга и квадрата равны, значит, можно составить уравнение: $a^2=\pi r^2$; откуда

$a_{1,2}=\pm\sqrt{\pi r^2}$; $a_1=r\sqrt{\pi}$; $a_2=-r\sqrt{\pi}$; - не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля.

Ответ: $r\sqrt{\pi}$ см.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№520.

а) $y=(1-\sqrt{2})x$; $y=kx$; $k=1-\sqrt{2}<0$, следовательно, график функции $y=(1-\sqrt{2})x$ расположен во II и IV четвертях;

б) $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$; $y=kx$, $k = \sqrt{35} - 5,7$; $\sqrt{37} \approx 5,92$, следовательно, график функции $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$ расположен в I и III координатных четвертях.

№521.

$$\frac{9+6x+x^2}{x+3} + \sqrt{x} = \frac{(x+3)^2}{x+3} + \sqrt{x} = x+3 + \sqrt{x};$$

Подставим $x=0,36$:

$$x+3 + \sqrt{x} = 0,36+3 + \sqrt{0,36} = 0,36+3+0,6=3,96;$$

Подставим $x=49$:

$$x+3 + \sqrt{x} = 49+3 + \sqrt{49} = 52+7=59.$$

№522.

а) $a^2+b^2>0$ и $a^2+b^2+1>0$, следовательно, $\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+1} > 0$;

б) $(a+b)^2>0$ и $(a-b)^2+1>0$, следовательно, $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2+1} > 0$;

20. Решение квадратных уравнений выделением квадратного двучлена

№523.

а) $x^2+12x+36=0$; $(x+6)^2=0$; $x+6=0$; $x=-6$;

б) $x^2-x+\frac{1}{4}=0$; $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$; $x-\frac{1}{2}=0$; $x=\frac{1}{2}$.

№524.

а) $x^2-8x+15=0$; $x^2-8x+16=16-15$;

$(x-4)^2=1$; $x-4=\pm 1$;

1) $x_1=4+1=5$; 2) $x_2=4-1=3$; $x_1=5$; $x_2=3$;

б) $x^2+12x+20=0$; $x^2+12x+36=36-20$; $(x+6)^2=16$; $x+6=\pm 4$;

1) $x+6=4$; $x=-2$; 2) $x+6=-4$; $x=-10$; $x_1=-2$; $x_2=-10$;

$$b) x^2 - 5x - 6 = 0; x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} + 6;$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25 + 24}{4}; \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2};$$

$$1) x = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6; 2) x = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{2}{2} = -1; x_1 = 6; x_2 = -1;$$

$$r) x^2 - 8x - 9 = 0; x^2 - 2 \cdot 4x + 16 - 16 - 9 = 0;$$

$$x^2 - 8x + 16 = 16 + 9; (x - 4)^2 = 25;$$

$$x - 4 = \pm 5; 1) x = 4 + 5 = 9; 2) x = 4 - 5 = -1; x_1 = 9; x_2 = -1.$$

№525.

$$a) x^2 - 4x + 3 = 0; x^2 - 4x = -3; x - 2 \cdot 2x + 4 = 4 - 3; x^2 - 4x + 4 = 1;$$

$$(x - 2)^2 = 1; x - 2 = \pm \sqrt{1};$$

$$1) x - 2 = 1; x = 3; 2) x - 2 = -1; x = 1; x_1 = 3; x_2 = 1;$$

$$б) x^2 + 3x - 10 = 0; x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + 10;$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}};$$

$$x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}; x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{10}{2} = -5;$$

$$x_1 = 2; x_2 = -5;$$

$$в) x^2 + 9x + 14 = 0; x^2 + 2 \cdot \frac{9}{2}x + \frac{81}{4} = \frac{81}{4} - 14;$$

$$\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}; x + \frac{9}{2} = \pm \frac{5}{2};$$

$$1) x + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -2;$$

$$2) x + \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}; x = -\frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -7;$$

$$x_1 = -2; x_2 = -7;$$

$$r) x^2 - 2x - 1 = 0; x^2 - 2x + 1 = 1 + 1; (x - 1)^2 = 2; x - 1 = \pm \sqrt{2};$$

$$1) x - 1 = -\sqrt{2}; x = -\sqrt{2} + 1;$$

$$2) x - 1 = \sqrt{2}; x = \sqrt{2} + 1;$$

$$x_1 = -\sqrt{2} + 1; x_2 = \sqrt{2} + 1.$$

№526.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$; $(x^2 - 2 \cdot 3x + 9) - 9 + 8 = 0$;

$(x-3)^2 = 1$; $x-3 = \pm 1$;

1) $x-3=1$; $x=4$;

2) $x-3=-1$; $x=2$;

$x_1=4$; $x_2=2$;

б) $x^2 + x - 6 = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - 6 = 0$;

$x^2 + x + \frac{1}{4} = 6 + \frac{1}{4}$; $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$; $x + \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{2}$;

1) $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$; $x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$;

2) $x + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$; $x = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3$;

$x_1=2$; $x_2=-3$;

в) $x^2 + 4x + 3 = 0$; $x^2 + 4x + 4 - 4 + 3 = 0$;

$(x+2)^2 = 1$; $x+2 = \pm 1$;

1) $x+2=1$; $x=-1$;

2) $x+2=-1$; $x=-3$;

$x_1=-1$; $x_2=-3$;

г) $x^2 + 4x - 2 = 0$; $x^2 + 4x + 4 - 4 - 2 = 0$;

$(x+2)^2 = 6$; $x+2 = \pm \sqrt{6}$;

1) $x = -2 + \sqrt{6}$;

2) $x = -2 - \sqrt{6}$;

$x_1 = -1 + \sqrt{6}$; $x_2 = -2 - \sqrt{6}$.

№527.

a) $2x^2 - 9x + 10 = 0$; $x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{10}{2} = 0$; $x^2 - \frac{9}{2}x = -\frac{10}{2}$;

$x^2 - 2x \cdot \frac{9}{4} + \frac{81}{16} = \frac{81}{16} - \frac{10}{2}$; $x^2 - 2x \cdot \frac{9}{4} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81-80}{16}$;

$\left(x - \frac{9}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$; $x - \frac{9}{4} = \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$;

1) $x - \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$; $x = \frac{9}{4} + \frac{1}{4}$; $x = \frac{10}{4} = 2,5$;

$$2) x = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2;$$

$$x_1 = 2,5; x_2 = 2;$$

$$6) 5x^2 + 3x - 8 = 0; x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{8}{5} = 0; x^2 + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5};$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \left(\frac{3}{10}\right)^2;$$

$$\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \frac{9}{100}; \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{169}{100};$$

$$x + \frac{3}{10} = \pm \sqrt{\frac{169}{100}}; x + \frac{3}{10} = \pm \frac{13}{10};$$

$$1) x = \frac{13}{10} - \frac{3}{10} = 1;$$

$$2) x = -\frac{13}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{16}{10}; x = -1,6;$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1,6.$$

№528.

$$5x^2 + 14x - 3 = 0; x^2 + \frac{14}{5}x - \frac{3}{5} = 0; x^2 + \frac{14}{5}x = \frac{3}{5};$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{14}{10}x + \left(\frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \left(\frac{14}{10}\right)^2; \left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \frac{196}{100};$$

$$\left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \frac{256}{100}; \left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \left(\frac{16}{10}\right)^2; x + \frac{14}{10} = \pm \frac{16}{10};$$

$$1) x = \frac{16}{10} - \frac{14}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5};$$

$$2) x = -\frac{16}{10} - \frac{14}{10} = -\frac{30}{10} = -3;$$

$$x_1 = \frac{1}{5}; x_2 = -3.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№529.

Ответ: $a^2 + 4$; $5a^2 + 2$; $(a-4)^2 + 4$.

№530.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8}{8-c^2} + \frac{c}{c-2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2} \right) = \\ & \left(\frac{8}{(2-c)(4+2c+c^2)} - \frac{c}{c-2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2} \right) = \\ & \frac{8-c(4+2c+c^2)-(8-c^3)}{(2-c) \cdot (4+2c+c^2)} \cdot \frac{2c-(c+2)^2}{2(c+2)} = \\ & \frac{8-4c-2c^2-c^3-8+c^3}{8-c^3} \cdot \frac{2c-c^2-4c-4}{2(c+2)} = \\ & \frac{-4(4c+2c^2)}{8-c^3} \cdot \frac{-c^2-2c-4}{2(c+2)} = \frac{2c(2+c)}{(2-c)(4+2c+c^2)} \times \\ & \times \frac{(c^2+2c+4)}{2(c+2)} = \frac{2c(c+2)(c^2+2c+4)}{2(2-c)(c^2+2c+4)(c+2)} = \frac{c}{2-c}. \end{aligned}$$

№531.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{(3x-6)^2}{(2-x)^2} = \frac{3^2 \cdot (x-2)^2}{(x-2)^2} = 9; \\ \text{б)} \quad & \frac{a^2+8a+16}{(2a+8)^2} = \frac{(a+4)^2}{2 \cdot 2(a+4)^2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

№532.

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{10+5\sqrt{3}} + \sqrt{10-5\sqrt{3}} \right)^2 = 10+5\sqrt{3} + 2\sqrt{(10+5\sqrt{3})(10-5\sqrt{3})} + \\ & + 10-5\sqrt{3} = 20+2\sqrt{100-25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 20+2\sqrt{100-25 \cdot 3} = 20+2\sqrt{25} = \\ & = 20+2 \cdot 5 = 30, 30 \in \mathbb{N}, \text{ следовательно, } 30 \in \mathbb{Q}, \text{ что и требовалось} \\ & \text{доказать.} \end{aligned}$$

§ 9. Формула квадратных уравнений по формуле

21. Решение квадратных уравнений по формуле

№533.

- а) $2x^2+3x+1=0$; $D=9-4 \cdot 2 \cdot 1=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня;
 б) $2x^2+x+2=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 2=1-16=-15$; $D<0$, у уравнения нет корней;
 в) $9x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 9 \cdot 1=36-36=0$; $D=0$, уравнение имеет один корень;
 г) $x^2+5x-6=0$; $D=5^2-1 \cdot 1 \cdot (-6)=25+24=49$; $D>0$, уравнение имеет два корня.

№534

- а) $3x^2-7x+4=0$; $D=(-7)^2-4 \cdot 3 \cdot 4=49-48=1$, $D>0$ – два корня:

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6} = 1;$$

- б) $5x^2-8x+3=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 5 \cdot 3=64-60=4$; $D>0$ – два корня:

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10};$$

$$x_1 = \frac{8+2}{10} = \frac{10}{10} = 1;$$

$$x_2 = \frac{8-2}{6} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$$

- в) $3x^2-13x+14=0$; $D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{13 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = \frac{13+1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{13-1}{6} = \frac{12}{6} = 2;$$

- г) $2y^2-9y+10=0$; $D=9^2-4 \cdot 2 \cdot 10=81-80=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 1}{4};$$

$$y_1 = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2};$$

$$y_2 = \frac{9-1}{4} = 2;$$

д) $5y^2 - 6y + 1 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{10};$$

$$y_1 = \frac{6+4}{10} = 1;$$

$$y_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

е) $4x^2 + x - 33 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-33) = 1 + 528 = 529$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 23}{8};$$

$$x_1 = \frac{-1-23}{8} = \frac{-24}{8} = -3;$$

$$x_2 = \frac{-1+23}{8} = \frac{22}{8} = 2,75;$$

ж) $y^2 - 10y - 24 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100 + 96 = 196$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2};$$

$$y_1 = \frac{10+14}{2} = 12;$$

$$y_2 = \frac{10-14}{2} = -2;$$

з) $p^2 + p - 90 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2};$$

$$p_1 = \frac{-1-19}{2} = -10;$$

$$p_2 = \frac{-1+19}{2} = 9.$$

№535.

а) $14x^2-5x-1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 14 \cdot (-1)=25+56=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 14} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{28};$$

$$x_1 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{5-9}{28} = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7};$$

б) $-y^2+3y+5=0$; $y^2-3y-5=0$;

$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot (-5)=9+20=29$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2};$$

$$y_1 = \frac{3 - \sqrt{29}}{2};$$

$$y_2 = \frac{3 + \sqrt{29}}{2};$$

в) $2x^2+x+67=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 67=1-536=-535$;

$D<0$, у уравнения нет корней;

г) $1-18p+81p^2=0$; $D_1=9^2-1 \cdot 81=0$; $D_1=0$ – один корень:

$$p = \frac{9 \pm \sqrt{0}}{81} = \frac{1}{9};$$

д) $-11y+y^2-152=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot (-152)=121+608=729$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{11 \pm 27}{2};$$

$$y_1 = \frac{11-27}{2} = -8;$$

$$y_2 = \frac{11+27}{2} = 19;$$

е) $18+3x^2-x=0$; $3x^2-x+18=0$;

$D=(-1)^2-4 \cdot 3 \cdot 18=1-216=-215$; $D<0$ – нет корней.

№536.

а) $5x^2-11x+2=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 5 \cdot 2=121-40=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm 9}{10};$$

$$x_1 = \frac{11+9}{10} = 2;$$

$$x_2 = \frac{11-9}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

б) $2p^2 + 7p - 30 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-30) = 49 + 240 = 289$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 17}{4};$$

$$p_1 = \frac{-7+17}{4} = \frac{10}{4} = 2,5;$$

$$p_2 = \frac{-7-17}{4} = \frac{-24}{4} = -6;$$

в) $9y^2 - 30y + 25 = 0$; $D_1 = 15^2 - 9 \cdot 25 = 225 - 225 = 0$; $D_1 = 0$ – один корень:

$$y = \frac{15 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{15}{9} = 1\frac{2}{3};$$

г) $35x^2 + 2x - 1 = 0$; $D_1 = 1^2 - 35 \cdot (-1) = 1 + 35 = 36$; $D_1 > 0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{36}}{35};$$

$$x_1 = \frac{-1-6}{35} = -\frac{7}{35} = -\frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-1+6}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7};$$

д) $2y^2 - y - 5 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 1 + 40 = 41$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4};$$

е) $16x^2 - 8x + 1 = 0$; $D_1 = 4^2 - 16 \cdot 1 = 0$; $D = 0$ – один корень:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{1}{4}.$$

№537.

а) $x^2 - 11x + 31 = 1$;

$$x^2 - 11x + 30 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{11-1}{2} = 5;$$

$$x_2 = \frac{11+1}{2} = 6;$$

$$\text{б) } x^2 - 5x - 3 = 2x - 5;$$

$$x^2 - 7x + 2 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 49 - 8 = 41;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2};$$

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{41}}{2};$$

$$x_2 = \frac{7 + \sqrt{41}}{2};$$

$$\text{в) } 7x + 1 = 3x^2 - 2x + 1;$$

$$3x^2 - 9x = 0; 3x(x-3) = 0;$$

$$1) 3x = 0; x = 0;$$

$$2) x - 3 = 0; x = 3;$$

$$\text{г) } -2x^2 + 5x + 6 = 4x^2 + 5x;$$

$$6x^2 - 6 = 0; 6(x^2 - 1) = 0; x^2 - 1 = 0; x^2 = 1;$$

$$x_{1,2} = \pm 1.$$

№538.

$$\text{а) } x^2 - 6x = 5x - 18; x^2 - 11x + 18 = 0;$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{11 \pm 7}{2};$$

$$x_1 = \frac{11-7}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{11+7}{2} = 9;$$

$$\text{б) } 3x^2 - 4x + 3 = x^2 + x + 1;$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4};$$

$$x_1 = \frac{5+3}{4} = 2;$$

$$x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

№539.

а) $3x^2-14x+16=0$; $D_1=7^2-3 \cdot 16=1$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{7 \pm 1}{3};$$

$$x_1 = \frac{7+1}{3} = 2\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{7-1}{3} = 2;$$

б) $5x^2-16x+3=0$; $D_1=8^2-5 \cdot 3=49$;

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{49}}{5} = \frac{8 \pm 7}{5};$$

$$x_1 = \frac{8+7}{5} = 3;$$

$$x_2 = \frac{8-7}{5} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

в) $x^2+2x-80=0$; $D_1=1^2-1 \cdot (-80)=81$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{1} = -1 \pm 9;$$

$$x_1 = -1-9 = -10;$$

$$x_2 = -1+9 = 8;$$

г) $x^2-22x-23=0$; $D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{144}}{1} = 11 \pm 12;$$

$$x_1 = 11+12 = 23;$$

$$x_2 = 11-12 = -1;$$

д) $4x^2-36x+77=0$; $D_1=18^2-4 \cdot 77=16$;

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{18 \pm 4}{4};$$

$$x_1 = \frac{18+4}{4} = \frac{22}{4} = 5,5;$$

$$x_2 = \frac{18-4}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5;$$

е) $15y^2-22y-37=0$; $D_1=11^2-15 \cdot (-37)=676$;

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15};$$

$$y_1 = \frac{11+26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$y_2 = \frac{11-26}{15} = -1;$$

$$\text{ж) } 7z^2 - 20z + 14 = 0; D_1 = 10^2 - 7 \cdot 14 = 2;$$

$$z_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{2}}{7};$$

$$\text{з) } y^2 - 10y - 25 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot (-25) = 50;$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{50}}{1} = 5 \pm \sqrt{2 \cdot 25} = 5 \pm 5\sqrt{2}.$$

№540.

$$\text{а) } 8x^2 - 14x + 5 = 0; D_1 = 7^2 - 8 \cdot 5 = 9;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{7 \pm 3}{8};$$

$$x_1 = \frac{7+3}{8} = 1\frac{1}{4};$$

$$x_2 = \frac{7-3}{8} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 12x^2 + 16x - 3 = 0; D_1 = 8^2 - 12 \cdot (-3) = 100;$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{12} = \frac{-8 \pm 10}{12};$$

$$x_1 = \frac{-8+10}{12} = \frac{1}{6};$$

$$x_2 = \frac{-8-10}{12} = -1\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } 4x^2 + 4x + 1 = 0; D_1 = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{г) } x^2 - 8x - 84 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-84) = 100;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{1} = 4 \pm 10;$$

$$x_1 = 4+10=14;$$

$$x_2 = 4-10=-6;$$

$$\text{д) } x^2 - 6x - 19 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-19) = 28;$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{28}}{1} = -3 \pm \sqrt{4 \cdot 7} = -3 \pm 2\sqrt{7};$$

$$\text{е) } 5x^2 + 26x - 24 = 0; D_1 = 13^2 - 5 \cdot (-24) = 289;$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5};$$

$$x_1 = \frac{-13 + 17}{5} = \frac{4}{5};$$

$$x_2 = \frac{-13 - 17}{5} = -6;$$

$$\text{ж) } x^2 - 34x + 289 = 0; D_1 = 17^2 - 1 \cdot 289 = 0;$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{0}}{1} = 17;$$

$$\text{з) } 3x^2 + 32x + 80 = 0; D_1 = 16^2 - 3 \cdot 80 = 16;$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{-16 \pm 4}{3};$$

$$x_1 = \frac{-16 + 4}{3} = -4;$$

$$x_2 = \frac{-16 - 4}{3} = -6\frac{2}{3}.$$

№541.

$$\text{а) } 2x^2 - 5x - 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4};$$

$$x_1 = \frac{5 - 7}{4} = -0,5;$$

$$x_2 = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3;$$

$$\text{б) } 3x^2 - 8x + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 3 \cdot 5 = 1;$$

$$x = \frac{4 \pm 1}{3};$$

$$x_1 = \frac{4 + 1}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{4 - 1}{3} = 1;$$

$$\text{в) } 5x^2 + 9x + 4 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 1;$$

$$x = \frac{-9 \pm 1}{10};$$

$$x_1 = \frac{-9+1}{10} = -0,8;$$

$$x_2 = \frac{-9-1}{10} = -1;$$

$$г) 36y^2 - 12y + 1 = 0; D_1 = 6^2 - 36 \cdot 1 = 0; y = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$д) 3t^2 - 3t + 1 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3 - \text{корней нет};$$

$$е) x^2 + 9x - 22 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 169;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-9 \pm 13}{2};$$

$$x_1 = \frac{-9+13}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-9-13}{2} = -\frac{22}{2} = -11;$$

$$ж) y^2 - 12y + 32 = 0; D_1 = 6^2 - 1 \cdot 32 = 4;$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{1} = 6 \pm 2;$$

$$y_1 = 6 + 2 = 8;$$

$$y_2 = 6 - 2 = 4;$$

$$з) 100x^2 - 160x + 63 = 0; D_1 = 80^2 - 63 \cdot 100 = 100;$$

$$x = \frac{80 \pm \sqrt{100}}{100} = \frac{80 \pm 10}{100};$$

$$x_1 = \frac{80-10}{100} = \frac{70}{100} = 0,7;$$

$$x_2 = \frac{80+10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9.$$

№542.

$$а) 5x^2 = 9x + 2; 5x^2 - 9x - 2 = 0;$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{5 \cdot 2} = \frac{9 \pm 11}{10};$$

$$x_1 = \frac{9-11}{10} = -0,2;$$

$$x_2 = \frac{9+11}{10} = 2;$$

$$6) -x^2 = 5x - 14; x^2 + 5x - 14 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 81; x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5+9}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-5-9}{2} = -7;$$

$$B) 6x + 9 = x^2; x^2 - 6x - 9 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-9) = 18;$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{1} = 3 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 3 \pm 3\sqrt{2};$$

$$Г) z - 5 = z^2 - 25; z^2 - z - 20 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; z = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2};$$

$$z_1 = \frac{1+9}{2} = 5;$$

$$z_2 = \frac{1-9}{2} = -4;$$

$$Д) y^2 = 52y - 576; y^2 - 52y + 576 = 0;$$

$$D_1 = 26^2 - 1 \cdot 576 = 100;$$

$$y = \frac{26 \pm \sqrt{100}}{1} = 26 \pm 10;$$

$$y_1 = 26 + 10 = 36;$$

$$y_2 = 26 - 10 = 16;$$

$$е) 15y^2 - 30 = 22y + 7; 15y^2 - 22y - 37 = 0;$$

$$D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15};$$

$$y_1 = \frac{11-26}{15} = -1;$$

$$y_2 = \frac{11+26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$ж) 25p^2 = 10p - 1; 25p^2 - 10p + 1 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 - 1 \cdot 25 = 0; p = \frac{5}{25} = \frac{1}{5};$$

$$з) 299x^2 + 10x = 500 - 101x^2;$$

$$400x^2 + 100x - 500 = 0; 4x^2 + x - 5 = 0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 4 \cdot (-5)=81; x=\frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 9}{8};$$

$$x_1=\frac{-1+9}{8}=1;$$

$$x_2=\frac{-1-9}{8}=-1,25.$$

№543.

a) $25=26x-x^2; x^2-26x+25=0;$

$$D_1=13^2-1 \cdot 25=144; x=\frac{13 \pm \sqrt{144}}{1}=13 \pm 12;$$

$$x_1=13+12=25;$$

$$x_2=13-12=1;$$

б) $3x^2=10-29x; 3x^2+29x-10=0;$

$$D=29^2-4 \cdot 3 \cdot (-10)=841+120=961;$$

$$x=\frac{-29 \pm \sqrt{961}}{3 \cdot 2} = \frac{-29 \pm 31}{6};$$

$$x_1=\frac{-29+31}{6}=\frac{1}{3};$$

$$x_2=\frac{-29-31}{6}=-10;$$

в) $y^2=4y+96; y^2-4y-96=0;$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-96)=100;$$

$$y=\frac{2 \pm \sqrt{100}}{1}=2 \pm 10;$$

$$y_1=2+10=12;$$

$$y_2=2-10=-8;$$

г) $3p^2+3=10p; 3p^2-10p+3=0;$

$$D_1=5^2-3 \cdot 3=16; p=\frac{5 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3};$$

$$p_1=\frac{5-4}{3}=\frac{1}{3};$$

$$p_2=\frac{5+4}{3}=3;$$

д) $x^2-20x=20x+100; x^2-40x-100=0;$

$$D_1=20^2-1 \cdot (-100)=500;$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{500}}{1} = 20 \pm \sqrt{5 \cdot 100} = 20 \pm 10\sqrt{5};$$

$$\text{е) } 25x^2 - 13x = 10x^2 - 7;$$

$$15x^2 - 13x + 7 = 0;$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 15 \cdot 7 = 169 - 420 = -251 < 0 - \text{у уравнения нет корней.}$$

№544.

$$\text{а) } (2x-3)(5x+1) = 2x + \frac{2}{5}; 10x^2 + 2x - 15x - 3 - 2x - \frac{2}{5} = 0;$$

$$10x^2 - 15x - 3\frac{2}{5} = 0; 50x^2 - 75x - 17 = 0;$$

$$D = 75^2 - 4 \cdot 50 \cdot (-17) = 5625 + 3400 = 9025;$$

$$x = \frac{75 \pm \sqrt{9025}}{2 \cdot 50} = \frac{75 \pm 95}{100};$$

$$x_1 = \frac{75 - 95}{100} = -0,2;$$

$$x_2 = \frac{75 + 95}{100} = \frac{170}{100} = 1,7;$$

$$\text{б) } (3x-1)(x+3) = x(1+6x);$$

$$3x^2 + 9x - x - 3 = x + 6x^2;$$

$$3x^2 - 7x + 3 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13;$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6};$$

$$\text{в) } (x-1)(x+1) = 2(5x-10\frac{1}{2}); x^2 - 1 = 10x - 2 \cdot \frac{21}{2};$$

$$x^2 - 1 = 10x - 21; x^2 - 10x + 20 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot 20 = 5;$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5};$$

$$\text{г) } -x(x+7) = (x-2)(x+2);$$

$$-x^2 - 7x = x^2 - 4; 2x^2 + 7x - 4 = 0;$$

$$D = 49 - 2 \cdot (-4) \cdot 4 = 81; x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 9}{4};$$

$$x_1 = \frac{-7 + 9}{4} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{-7 - 9}{4} = -4.$$

№545.

$$\text{a) } (x+4)^2 = x+40; x^2+8x+16-3x-40=0;$$

$$x^2+5x-24=0; D=5^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)=121;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 11}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5+11}{2} = 3;$$

$$x_2 = \frac{-5-11}{2} = -8;$$

$$\text{б) } (2x-3)^2 = 11x-19; 4x^2-12x+9-11x+19=0;$$

$$4x^2-23x+28=0; D=23^2-4 \cdot 4 \cdot 28=81;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{23 \pm 9}{8};$$

$$x_1 = \frac{23-9}{8} = 1,75;$$

$$x_2 = \frac{23+9}{8} = 4;$$

$$\text{в) } (x+1)^2 = 7918-2x; x^2+2x+1+2x-7918=0;$$

$$x^2+4x-7917=0; D_1=2^2-1 \cdot (-7917)=4+7917=7921;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{7921}}{1} = -2 \pm 89;$$

$$x_1 = -2+89=87;$$

$$x_2 = -2-89=-91;$$

$$\text{г) } (x+2)^2 = 3131-2x; x^2+4x+4-3131+2x=0;$$

$$x^2+6x-3127=0; D_1=9-1 \cdot (-3127)=9+3127=3136;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3136}}{1} = -3 \pm 56;$$

$$x_1 = -3+56=53;$$

$$x_2 = -3-56=-59.$$

№546.

$$\text{a) } 3(x+4)^2 = 10x+32; 3(x^2+8x+16)=10x+32;$$

$$3x^2+14x+16=0;$$

$$D_1=7^2-3 \cdot 16=1; x = \frac{-7 \pm 1}{3};$$

$$x_1 = \frac{-7+1}{3} = -2;$$

$$x_2 = \frac{-7-2}{3} = -2\frac{2}{3};$$

$$\text{б) } 15x^2+17=15(x+1)^2; 15x^2+17=15(x^2+2x+1); \\ 15x^2+17=15x^2+30x+15;$$

$$30x-2=0; 2(15x+1)=0; 15x-1=0; x=\frac{1}{15};$$

$$\text{в) } (x+1)^2=(2x-1)^2; x^2+2x+1=4x^2-4x+1=0; \\ 3x^2-6x=0; 3x(x-2)=0;$$

$$x_1=0; x_2=2;$$

$$\text{г) } (x-2)^2+48=(2-3x)^2; x^2-4x+4+48=4-12x+9x^2; \\ 8x^2-8x-58=0;$$

$$x^2-x-6=0; D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{1 \cdot 2} = \frac{1 \pm 5}{2};$$

$$x_1 = \frac{1-5}{2} = -2;$$

$$x_2 = \frac{1+5}{2} = 3.$$

№547.

$$\text{а) } \frac{x^2-1}{2} - 11x = 11; x^2-1-22x=22;$$

$$x^2-22x-23=0;$$

$$D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144;$$

$$x=11 \pm \sqrt{144} = 11 \pm 12;$$

$$x_1=11+12=23;$$

$$x_2=11-12=-1;$$

$$\text{б) } \frac{x^2+x}{2} = \frac{8x-7}{3}; \frac{x^2+x}{2} - \frac{8x-7}{3} = 0;$$

$$3x^2+3x-16x+14=0; 3x^2-13x+14=0;$$

$$D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1;$$

$$x = \frac{13 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = \frac{13-1}{6} = 2;$$

$$x_2 = \frac{13+1}{6} = 2\frac{1}{3};$$

$$b) \frac{4x^2-1}{3} = x(10x-9); \frac{4x^2-1}{3} = 10x^2-9x;$$

$$10x^2-9x - \frac{4x^2-1}{3} = 0; 30x^2-27x-4x^2+1=0;$$

$$26x^2-27x+1=0; D=27^2-4 \cdot 26 \cdot 1=729-104=625=25^2;$$

$$x = \frac{27 \pm 25}{52};$$

$$x_1 = \frac{27+25}{52} = 1;$$

$$x_2 = \frac{27-25}{52} = \frac{1}{26};$$

$$r) \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}; \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4} = 0;$$

$$15x^2-8x-16x^2-15=0;$$

$$x^2+8x+15=0; D_1=4^2-1 \cdot 15=1;$$

$$x = \frac{-4 \pm 1}{1};$$

$$x_1 = -4+1 = -3;$$

$$x_2 = -4-1 = -5.$$

№548.

$$a) 5x^2-x-1=0; D=1^2-4 \cdot 5 \cdot (-1)=21;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10} \approx \frac{1 \pm 4,58}{10};$$

$$x_1 \approx \frac{1+4,58}{10} = \frac{5,58}{10} = 0,558 \approx 0,56;$$

$$x_2 \approx \frac{1-4,58}{10} = -\frac{3,58}{10} = -0,358 \approx -0,36;$$

$$b) 2x^2+7x+4=0; D=7^2-4 \cdot 2 \cdot 4=17;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4} \approx \frac{-7 \pm 4,12}{4};$$

$$x_1 \approx \frac{-7-4,12}{4} = -\frac{11,12}{4} = -2,78;$$

$$x_2 \approx \frac{-7+4,12}{4} = -\frac{2,88}{4} = -0,72;$$

$$b) 3(y^2-2)-y=0; 3y^2-y-6=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=1+72=73;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{3 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6} \approx \frac{1 \pm 8,54}{6};$$

$$y_1 \approx \frac{1 + 8,54}{6} = \frac{9,54}{6} = 1,59;$$

$$y_2 \approx \frac{1 - 8,54}{6} = -\frac{7,54}{6} \approx -1,26;$$

$$r) y^2 + 8(y-1) = 3; y^2 + 8y - 8 - 3 = 0; y^2 + 8y - 11 = 0;$$

$$D_1 = 16 - 1 \cdot (-11) = 27;$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{27}}{1} \approx -4 \pm 5,20;$$

$$y_1 \approx -4 - 5,20 = -9,20;$$

$$y_2 \approx -4 + 5,20 = 1,20.$$

№549.

$$a) x^2 - 8x + 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot 9 = 7; x = 4 \pm \sqrt{7} \approx 4 \pm 2,65;$$

$$x_1 \approx 4 + 2,65 = 6,65;$$

$$x_2 \approx 4 - 2,65 = 1,35;$$

$$b) 2y^2 - 8y + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6; y = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2} \approx \frac{4 \pm 2,45}{2};$$

$$y_1 \approx \frac{4 + 2,45}{2} = \frac{6,45}{2} \approx 3,22;$$

$$y_2 \approx \frac{4 - 2,45}{2} = \frac{1,55}{2} \approx 0,78.$$

№550.

$$a) 0,7x^2 = 1,3x + 2; 0,7x^2 - 1,3x - 2 = 0;$$

$$D = 1,3^2 - 4 \cdot 0,7 \cdot (-2) = 1,69 + 5,6 = 7,29;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{7,29}}{2 \cdot 0,7} = \frac{1,3 \pm 2,7}{1,4};$$

$$x_1 = \frac{1,3 + 2,7}{1,4} = \frac{4}{1,4} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7};$$

$$x_2 = \frac{1,3 - 2,7}{1,4} = \frac{-1,4}{1,4} = -1;$$

$$b) 7 = 0,4y + 0,2y^2; 0,2y^2 + 0,4y - 7 = 0;$$

$$D_1 = 0,2^2 - 0,2 \cdot (-7) = 1,44;$$

$$y = \frac{-0,2 \pm \sqrt{1,44}}{0,2} = \frac{-0,2 \pm 1,2}{0,2};$$

$$y_1 = \frac{-0,2 + 1,2}{0,2} = \frac{1}{0,2} = 5;$$

$$y_2 = \frac{-0,2 - 1,2}{0,2} = \frac{-1,4}{0,2} = -7;$$

$$\text{в)} x^2 - 1,6x - 0,36 = 0; D_1 = 0,8^2 - 1 \cdot (-0,36) = 1;$$

$$x = \frac{0,8 \pm \sqrt{1}}{1} = 0,8 \pm 1$$

$$x_1 = 0,8 + 1 = 1,8;$$

$$x_2 = 0,8 - 1 = -0,2;$$

$$\text{г)} z^2 - 2z + 2,91 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot 2,91 = -1,91; D > 0 \text{ — у уравнения нет корней};$$

$$\text{д)} 0,2y^2 - 10y + 125 = 0; D_1 = 5^2 - 0,2 \cdot 125 = 0;$$

$$y = \frac{5 \pm 0}{0,2} = 5 \cdot \frac{10}{2} = 25;$$

$$\text{е)} \frac{1}{3}x^2 + 2x - 9 = 0; D_1 = 1^2 - \frac{1}{3} \cdot (-9) = 4;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{-1 \pm 2}{\frac{1}{3}} = -3 \pm 6;$$

$$x_1 = -3 + 6 = 3;$$

$$x_2 = -3 - 6 = -9.$$

№551.

$$\text{а)} \frac{1}{7}x^2 = 2x - 7; x^2 - 14x + 49 = 0; D_1 = 7^2 - 1 \cdot 49 = 0; x = 7;$$

$$\text{б)} x^2 + 1,2 = 2,6x; x^2 - 2,6x + 1,2 = 0;$$

$$D_1 = 1,3^2 - 1 \cdot 1,2 = 1,69 - 1,2 = 0,49;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{0,49}}{1} = 1,3 \pm 0,7;$$

$$x_1 = 1,3 + 0,7 = 2;$$

$$x_2 = 1,3 - 0,7 = 0,6;$$

$$\text{в)} 4x^2 = 7x + 7,5; 4x^2 - 7x - 7,5 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7,5) = 49 + 120 = 169;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{4 \cdot 2} = \frac{7 \pm 13}{8};$$

$$x_1 = \frac{7-13}{8} = -0,75;$$

$$x_2 = \frac{7+13}{8} = 2,5.$$

№552.

$$a) 3a+0,6=9a^2+0,36;$$

$$9a^2-3a-0,24=0; D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-0,24)=9+8,64=17,64;$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{17,64}}{2 \cdot 9} = \frac{3 \pm 4,2}{18};$$

$$a_1 = \frac{3+4,2}{18} = \frac{2}{5};$$

$$a_2 = \frac{3-4,2}{18} = \frac{-1,2}{18} = -\frac{1}{15};$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{5}; -\frac{1}{15};$$

$$б) 0,4a+1,2=0,16a^2+1,44; 0,16a^2-0,4a-1,2+1,44=0;$$

$$0,04a^2-0,1a+0,06=0;$$

$$D=0,1^2-4 \cdot 0,04 \cdot 0,06=0,01-0,0096=0,0004;$$

$$a = \frac{0,1 \pm \sqrt{0,0004}}{2 \cdot 0,04} = \frac{0,1 \pm 0,02}{0,08};$$

$$a_1 = \frac{0,1+0,02}{0,08} = \frac{0,12}{0,08} = 1,5;$$

$$a_2 = \frac{0,1-0,02}{0,08} = \frac{0,08}{0,08} = 1.$$

Ответ: 1,5; 1.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№553.

$$\begin{aligned} a) \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2} &= \\ &= \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) + 4}{2(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{4x + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x-1};$$

Подставим $x=-0,5$:

$$\frac{2}{x-1} = \frac{2}{-0,5-1} = \frac{2}{-1,5} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{a - \frac{2a-1}{a}}{\frac{1-a}{3a}} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} : \frac{1-a}{3a} = \frac{(a^2 - 2a + 1)3a}{a(1-a)} = \frac{3(1-a)^2}{1-a} = 3(1-a);$$

Подставим $a=-1,5$:

$$3 \cdot (1-a) = 3 \cdot (1-(-1,5)) = 3 \cdot (1+1,5) = 3 \cdot 2,5 = 7,5.$$

№554.

$$\text{а) } (\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{7} +$$

$$+ \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{7} - \frac{2\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{7\sqrt{3}}{7} + \frac{7\sqrt{2}}{7} - \frac{2 \cdot 7\sqrt{5}}{7} + 2\sqrt{5} =$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2};$$

$$\text{б) } (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + \sqrt{75} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} +$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{75} =$$

$$= 5 - 5\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} = 2 + 3\sqrt{5}.$$

№555.

а) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$7x-1=2x;$$

$$7x-2x-1=0; 5x-1=0; 5x=1; x=\frac{1}{5}; y=2x=2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5};$$

$$y = \frac{2}{5}; \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5} \right) - \text{искомая точка};$$

б) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$3x-11=4; 3x=4+11; 3x=15; x=5; y=4;$$

(5;4) – искомая точка.

22. Решение задач с помощью квадратных уравнений

№556.

Пусть n и $(n+6)$ – данные натуральные числа.

По условию, произведение этих чисел равно 187. Составим уравнение:

$$n(n+6)=187; n^2+6n-187=0;$$

$$D_1=3^2-1 \cdot (-187)=9+187=196; n=\frac{-3 \pm \sqrt{196}}{1}=-3 \pm 14;$$

$$n_1=-3-14=-17 \text{ (не подходит, поскольку не натуральное);}$$

$$n_2=-3+14=11; \text{ тогда } n+6=11+6=17.$$

Ответ: 11, 17.

№557.

Пусть x и $(x-2)$ – данные числа.

По условию, их произведение равно 120. Составим уравнение:

$$x(x-2)=120; x^2-2x=120; x^2-2x-120=0;$$

$$D_1=1^2-1 \cdot (-120)=1+120=121; x=\frac{1 \pm \sqrt{121}}{1}=1 \pm 11;$$

$$1) x_1=1+11=12, x-2=10;$$

$$2) x_2=1-11=-10, x-2=-12.$$

Обе пары чисел удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 1) 12 и 10; 2) -10 и -12.

№558.

Пусть x см и $(x+4)$ см соответственно – ширина и длина прямоугольника. По условию задачи площадь $S=60 \text{ см}^2$. Составляем уравнение: $x(x+4)=60; x^2+4x-60=0;$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-60)=64; x=\frac{-2 \pm \sqrt{64}}{1}=-2 \pm 8;$$

$$x_1=-2+8=6;$$

$$x_2=-2-8=-10 \text{ – не подходит.}$$

Значит $x+4=10$; периметр $P=2 \cdot (6+10)=32 \text{ (см)}$.

Ответ: 32 см.

№559.

Пусть x м и $(x+10)$ м – ширина и длина участка. Площадь участка по условию задачи равна 1200 м^2 . Составляем уравнение:

$$x(x+10)=1200; x^2+10x-1200=0;$$

$$D_1=5^2-1 \cdot (-1200)=1225;$$

$$x=-5 \pm \sqrt{1225}=-5 \pm 35;$$

$$x_1=-5-35=-40 \text{ – не подходит;}$$

$$x_2=-5+35=30;$$

Значит $x+10=40$, а длина изгороди, т.е. периметр участка

$$P=2 \cdot (30+40)=140 \text{ м.}$$

Ответ: 140 м.

№560.

Пусть a м и b м – длина и ширина прямоугольника. Периметр прямоугольника по условию равен 62 м, а его площадь – 120 м^2 . Так как $P=2(a+b)$, $S=ab$, то получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 62 = 2(a+b), \\ 210 = ab; \end{cases} \quad \begin{cases} 31 = a+b, \\ 210 = ab; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 31-b, \\ 210 = (31-b)b; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 31-b, \\ 31b - b^2 - 210 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 31-b, \\ b^2 - 31b + 210 = 0; \end{cases}$$

Решим второе уравнение:

$$D=31^2-4 \cdot 1 \cdot 210=961-840=121; b=\frac{31 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{31 \pm 11}{2};$$

$$b_1=\frac{31+11}{2}=21; \text{ значит, } a_1=31-b_1=10;$$

$$b_2=\frac{31-11}{2}=10; \text{ значит } a_2=31-b_2=21.$$

Ответ: 21 м, 10 м.

№561.

Пусть катеты данного треугольника равны a см и b см. Сумма катетов по условию равна 23 см, т.е. $a+b=23$, а площадь

треугольника равна 60 см^2 , т.е. $\frac{1}{2}ab=60$. Получаем систему

уравнений:

$$\begin{cases} a+b=23, \\ ab=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ (23-b)b=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ b^2-23b+120=0; \end{cases}$$

Решаем второе уравнение:

$$D=23^2-4 \cdot 1 \cdot 120=529-480=49; b=\frac{23 \pm \sqrt{49}}{2}=\frac{23 \pm 7}{2};$$

$$b_1=15; \text{ значит } a_1=23-b_1=8;$$

$$b_2=8; \text{ значит } a_2=23-b_2=15.$$

Ответ: 8 см и 15 см.

№562.

Пусть n и $(n+1)$ – данные натуральные числа. Произведение этих чисел по условию больше их суммы на 109. Составляем уравнение:

$$n(n+1)-109=n+(n+1); n^2+n-109=n+n+1;$$

$$n^2-n-110=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-110)=441; n=\frac{1 \pm \sqrt{441}}{2}=\frac{1 \pm 21}{2};$$

$$n_1=\frac{1+21}{2}=11;$$

$$n_2=\frac{1-21}{2}=-10; - \text{ не подходит, т.к. не натуральное. Значит } n=11,$$

$$n+1=12.$$

Ответ: 11, 12.

№563.

Пусть x см и $(x+3)$ см – ширина и длина оставшейся части листа, тогда длина стороны квадрата будет равна $(x+3)$ см. Площадь прямоугольной части листа по условию задачи равна 70 см^2 .

Составляем уравнение:

$$x(x+3)=70; x^2+3x-70=0;$$

$$D=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=289; x=\frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2}=\frac{-3 \pm 17}{2};$$

$$x_1=\frac{-3+17}{2}=7; \text{ значит } x+3=10.$$

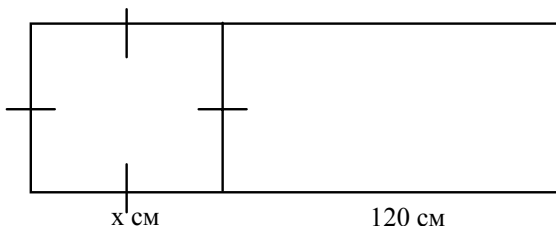
$$x_2=\frac{-3-17}{2}=-10 - \text{ не подходит, т.к. длина не может быть}$$

отрицательной.

Ответ: 10 см.

№564.

Пусть x см и $(x+120)$ см – сторона квадрата и длина доски прямоугольной формы.



Площадь доски прямоугольной формы по условию задачи равна 4500 см^2 . Составляем уравнение:

$$x(x+120)=4500; x^2+120x-4500=0;$$

$$D_1=60^2-1 \cdot (-4500)=3600+4500=8100;$$

$$x=\frac{-60 \pm \sqrt{8100}}{1}=-60 \pm 90;$$

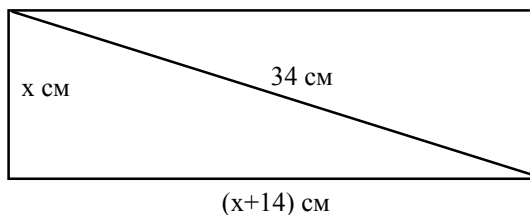
$$x_1=-60+90=30;$$

$$x_2=-60-90=-150 \text{ – не подходит, т.к. } -150 < 0.$$

Ответ: 30 см.

№565.

Пусть x см и $(x+14)$ см – ширина и длина прямоугольника.



Воспользуемся теоремой Пифагора:

$$x^2+(x+14)^2=34^2;$$

$$x^2+x^2+28x+196=1156;$$

$$2x^2+28x-960=0; x^2+14x-480=0;$$

$$D_1=7^2-1 \cdot (-480)=49+480=529; x=\frac{-7 \pm \sqrt{529}}{1}=-7 \pm 23;$$

$$x_1=-7-23=-30 \text{ – не подходит;}$$

$$x_2 = -7 + 23 = 16; \text{ значит } x + 14 = 30.$$

Ответ: 16 см и 30 см.

№566.

Обозначим за x см - длину гипотенузы, тогда $(x-3)$ см и $(x-6)$ см – длины катетов. Составляем уравнение, исходя из теоремы

Пифагора:

$$x^2 = (x-3)^2 + (x-6)^2; x^2 = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 12x + 36;$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0;$$

$$D_1 = 9^2 - 1 \cdot 45 = 81 - 45 = 36; x = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6;$$

$$x_1 = 15;$$

$$x_2 = 3 - \text{ не подходит.}$$

Ответ: 15 см.

№567.

Обозначим за x и $(x+8)$ количество рядов и количество мест в ряду.

По условию в кинотеатре 884 места. Составим уравнение:

$$x(x+8) = 884;$$

$$x^2 + 8x - 884 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-884) = 16 + 884 = 900 = 30^2;$$

$$x = -4 \pm 30;$$

$$x_1 = -4 + 30 = 26;$$

$$x_2 = -4 - 30 = -34 - \text{ не подходит.}$$

Ответ: 26.

№568.

Пусть n , $(n+1)$ и $(n+2)$ – данные целые числа. Сумма их квадратов по условию задачи равна 869. Составим уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 869; n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 869; 3n^2 + 6n - 864 = 0;$$

$$n^2 + 2n - 288 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-288) = 289;$$

$$n = -1 \pm \sqrt{289} = -1 \pm 17;$$

$$n_1 = -1 - 17 = -18; \text{ значит } n+1 = -17;$$

$$n+2 = -16;$$

$$n_2 = -1 + 17 = 16; \text{ значит } n+1 = 17, n+2 = 18.$$

Ответ: -18, -1, -16; или 16, 17, 18.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№569.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{8a^3 - 27}{9 - 12a + 4a^2} &= \frac{(2a - 3)(4a^2 + 6a + 9)}{(2a - 3)^2} = \frac{4a^2 + 6a + 9}{2a - 3}; \\ \text{б)} \quad \frac{ax - 2x - 4a + 8}{3a - 6 - ax + 2x} &= \frac{x(a - 2) - 4(a - 2)}{3(a - 2) - x(a - 2)} = \frac{(a - 2)(x - 4)}{(a - 2)(3 - x)} = \frac{x - 4}{3 - x}. \end{aligned}$$

№570.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - b}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{b})}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \\ &= \frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1}; \text{ подставляем } a=5 \text{ и } b=2 \text{ и находим:} \\ &= \frac{(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})\sqrt{5}}{2\sqrt{5 \cdot 2} + 2 \cdot 2 + 1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \\ &= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{\sqrt{5}(2\sqrt{2} + \sqrt{5})} = 1; \\ \text{б)} \quad \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} &= \frac{x - 2\sqrt{xy} + y + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \\ &= \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1}; \text{ подставляем } x=4 \text{ и } y=6 \text{ и находим:} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{4 + 2\sqrt{4 \cdot 6} + 6}{4 + \sqrt{4 \cdot 6} + 1} = \frac{10 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{2(5 + 2\sqrt{6})}{5 + 2\sqrt{6}} = 2. \end{aligned}$$

№571.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} &= 0; \\ x(x-3) - 3x &= 0; \\ x^2 - 6x &= 0; \quad x(x-6) = 0; \\ 1) \quad x_1 &= 0; \\ 2) \quad x - 6 &= 0; \quad x_2 = 6; \\ \text{б)} \quad \frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} &= 2; \quad 12 \left(\frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} \right) = \frac{2}{1} \cdot 12; \end{aligned}$$

$$\frac{12x(x+1)}{3} + \frac{12(8+x)}{4} = 24 ;$$

$$4x(x+1)+3(8+x)=24; 4x^2+4x+24+3x=24;$$

$$4x^2+7x=0; x(4x+7)=0;$$

$$x_1=0; 4x_2+7=0; 4x_2=-7; x_2=-\frac{7}{4}=-1\frac{3}{4}.$$

№572.

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$1) y=0; 13x-2,6=y; 13x=2,6; x=\frac{2,6}{13}=0,2; (0,2;0);$$

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$2) x=0; y=13 \cdot 0-2,6; y=-2,6; (0;-2,6).$$

Ответ: (0,2;0); (0;-2,6).

21. Теорема Виета

№573.

а) $x^2 - 37x + 27 = 0$; $D = 37^2 - 4 \cdot 1 \cdot 27 = 1369 - 108 = 1261$;

$D > 0$, значит, уравнение имеет два корня; $x_1 + x_2 = 37$; $x_1 \cdot x_2 = 27$;

б) $y^2 + 41y - 371 = 0$; $D = 41^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-371) = 1681 + 1484 = 3165$;

$D > 0$, значит, уравнение имеет два корня.

По теореме Виета:

$y_1 + y_2 = -41$; $y_1 \cdot y_2 = -371$;

в) $x^2 - 210x = 0$; $x_1 + x_2 = 210$; $x_1 \cdot x_2 = 0$;

г) $y^2 - 19 = 0$; $y_1 + y_2 = 0$; $y_1 \cdot y_2 = -19$;

д) $2x^2 - 9x - 10 = 0$; $\frac{2x^2}{2} - \frac{9}{2}x - \frac{10}{2} = 0$;

$D = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = \frac{81}{4} + 20 = \frac{161}{4} > 0$, значит, уравнение имеет 2 корня.

По теореме Виета:

$x_1 + x_2 = \frac{9}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = -5$;

е) $5x^2 + 12x + 7 = 0$; $x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{7}{5} = 0$;

$D1 = \left(\frac{6}{5}\right)^2 - \frac{7}{5} = \frac{36}{25} - \frac{35}{25} = \frac{1}{25}$;

По теореме Виета:

$x_1 + x_2 = -\frac{12}{5} = -2,4$; $x_1 \cdot x_2 = 1,4$;

ж) $-z^2 + z = 0$; $z^2 - z = 0$; $z_1 + z_2 = 1$; $z_1 \cdot z_2 = 0$;

з) $3x^2 - 10 = 0$; $x^2 - \frac{10}{3} = 0$;

Уравнение имеет 2 корня и по теореме Виета:

$x_1 + x_2 = 0$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{10}{3}$.

№574.

а) $x^2 - 2x - 9 = 0$; $D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-9) = 10$; $x = 1 \pm \sqrt{10}$;

$x_1 = 1 - \sqrt{10}$; $x_2 = 1 + \sqrt{10}$.

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2;$$

$$x_1 \cdot x_2 = (1 - \sqrt{10})(1 + \sqrt{10}) = 1 - 10 = -9;$$

$$\text{б) } 3x^2 - 4x - 4 = 0; x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} = 0;$$

$$D = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{9} + \frac{16}{3} = \frac{16 + 48}{9} = \frac{64}{9};$$

$$x = \frac{\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{64}{9}}}{2} = \frac{\frac{4}{3} \pm \frac{8}{3}}{2};$$

$$x_1 = \frac{\frac{4}{3} + \frac{8}{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{3} = \frac{4}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{\frac{4}{3} - \frac{8}{3}}{2} = \frac{1}{2} \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = 2 + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3};$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3};$$

$$\text{в) } 2x^2 + 7x - 6 = 0; x^2 + \frac{7}{2}x - 3 = 0;$$

$$D = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = \frac{49}{4} + \frac{12}{1} = \frac{49 + 48}{4} = \frac{97}{4};$$

$$x = \frac{-\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{97}{4}}}{2} = \frac{-\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{97}}{2}}{2};$$

$$x_1 = \frac{-\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{97}}{2}}{2} = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4};$$

$$x_2 = \frac{-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{97}}{2}}{2} = \frac{-7 - \sqrt{97}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4} + \frac{-7 - \sqrt{97}}{4} = -\frac{7}{4} + \frac{\sqrt{97}}{4} - \frac{7}{4} - \frac{\sqrt{97}}{4} = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-7 + \sqrt{97}}{4} \right) \cdot \left(\frac{-7 - \sqrt{97}}{4} \right) = - \left(\frac{\sqrt{97} + 7}{4} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{97} - 7}{4} \right) =$$

$$- \frac{(\sqrt{97})^2 - 7^2}{16} = - \frac{97 - 49}{16} = - \frac{48}{16} = -3;$$

$$r) 2x^2 + 9x + 8 = 0; x^2 + \frac{9}{2}x + 4 = 0;$$

$$D = \left(\frac{9}{2} \right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = \frac{81}{4} - 16 = \frac{81 - 64}{4} = \frac{17}{4};$$

$$x = \frac{-\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{4}.$$

$$x_1 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{4};$$

$$x_2 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{4} + \frac{-9 - \sqrt{17}}{4} = \frac{-9 + \sqrt{17} - 9 - \sqrt{17}}{4} = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{4} \right) \cdot \left(\frac{-9 - \sqrt{17}}{4} \right) = - \left(\frac{\sqrt{17} + 9}{4} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{\sqrt{17} - 9}{4} \right) = - \frac{(\sqrt{17})^2 - 9^2}{16} = - \frac{17 - 81}{16} = 4.$$

№575.

$$a) x^2 - 15x - 16 = 0; D = 15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 225 + 64 = 289;$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2};$$

$$x_1 = \frac{15 + 17}{2} = 16;$$

$$x_2 = \frac{15 - 17}{2} = -1.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = 16 + (-1) = 15;$$

$$x_1 \cdot x_2 = 16 \cdot (-1) = -16;$$

$$\text{б) } x^2 - 6x - 11 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-11) = 20;$$

$$x = 3 \pm \sqrt{20} = 3 \pm 2\sqrt{5};$$

$$x_1 = 3 + 2\sqrt{5};$$

$$x_2 = 3 - 2\sqrt{5}.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6;$$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) = 3^2 - (2\sqrt{5})^2 = 9 - 20 = -11;$$

$$\text{в) } 12x^2 - 4x - 1 = 0;$$

$$x^2 - \frac{4}{12}x - \frac{1}{12} = 0; x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{12} = 0;$$

$$D = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9};$$

$$x = \frac{\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}}{2} = \frac{\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}}{2};$$

$$x_1 = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}}{2} = \frac{-\frac{1}{3}}{2} = -\frac{1}{6}.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{12};$$

$$\text{г) } x^2 - 6 = 0; (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) = 0;$$

$$1) x - \sqrt{6} = 0; x = \sqrt{6};$$

$$2) x + \sqrt{6} = 0; x = -\sqrt{6}$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \sqrt{6} - \sqrt{6} = 0;$$

$$x_1 \cdot x_2 = \sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6}) = -6;$$

д) $5x^2 - 18x = 0$; $x(5x - 18) = 0$;

1) $x_1 = 0$;

2) $5x - 18 = 0$; $5x = 18$; $x_2 = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$.

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = 0 + 3\frac{3}{5} = 3\frac{3}{5};$$

$$x_1 \cdot x_2 = 0 \cdot 3\frac{3}{5} = 0;$$

е) $2x^2 - 41 = 0$; $x^2 - \frac{41}{2} = 0$;

$$\left(x - \sqrt{\frac{41}{2}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{41}{2}}\right) = 0;$$

1) $x - \sqrt{\frac{41}{2}} = 0$; $x_1 = \sqrt{\frac{41}{2}}$;

2) $x + \sqrt{\frac{41}{2}} = 0$; $x_2 = -\sqrt{\frac{41}{2}}$.

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{41}{2}} - \sqrt{\frac{41}{2}} = 0;$$

$$x_1 \cdot x_2 = \sqrt{\frac{41}{2}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{41}{2}}\right) = -\frac{41}{2}.$$

№576.

а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 9x + 20 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = 9$;
 $x_1 \cdot x_2 = 20$, откуда $x_1 = 2$; $x_2 = 5$.

б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 11x - 12 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = -11$;
 $x_1 \cdot x_2 = -12$, откуда подберем $x_1 = 1$; $x_2 = -12$.

в) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + x - 56 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = -1$;
 $x_1 \cdot x_2 = -56$, откуда подберем $x_1 = 7$; $x_2 = -8$.

г) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 19x + 88 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = 19$;
 $x_1 \cdot x_2 = 88$, откуда подберем $x_1 = 11$; $x_2 = 8$.

№577.

- а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+16x+63=0$, тогда $x_1+x_2=-16$;
 $x_1 \cdot x_2=63$, откуда $x_1=-7$; $x_2=-9$.
 б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+2x-48=0$, тогда $x_1+x_2=-2$;
 $x_1 \cdot x_2=-48$, откуда подберем $x_1=6$; $x_2=-8$.

№578.

Поскольку $x_1=7$, то (по теореме Виета): $x_1 \cdot x_2=-35$, $7 \cdot x_2=-35$; $x_2=-5$.
 $x_1+x_2=7+(-5)=2$; $p=-2$.
 Ответ: $x_2=-5$, $p=-2$.

№579.

Поскольку $x_1=12,5$, то (по теореме Виета): $x_1+x_2=13$; $x_1 \cdot x_2=q$;
 $12,5+x_2=13$; $x_2=13-12,5=0,5$; $q=12,5 \cdot 0,5=6,25$.
 Ответ: $x_2=0,5$, $q=6,25$.

№580.

$$5x^2+bx+24=0; x^2+\frac{1}{5}bx+\frac{24}{5}=0.$$

$$\text{Поскольку } x_1=8; \text{ то } x_1 \cdot x_2=\frac{24}{5}; 8 \cdot x_2=\frac{24}{5}; x_2=\frac{24}{5} : \frac{8}{1}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5};$$

$$x_1+x_2=8+\frac{3}{5}=8\frac{3}{5}; 8\frac{3}{5}=-\frac{1}{5}b; \frac{43}{5}=-\frac{1}{5}b; \text{ откуда}$$

$$b=-\frac{43}{5} : \frac{1}{5}=-\frac{43 \cdot 5}{5 \cdot 1}=-43.$$

$$\text{Ответ: } x_2=\frac{3}{5}; b=-43.$$

№581.

$$10x^2-33x+c=0; x^2-\frac{33}{10}x+\frac{c}{10}=0; x^2-3,3x+0,1c=0;$$

$$\text{поскольку } x_1=5,3, \text{ то } x_1+x_2=3,3; x_1 \cdot x_2=0,1c;$$

$$5,3+x_2=3,3; x_2=3,3-5,3; x_2=-2;$$

$$5,3 \cdot (-2)=-10,6=0,1c; c=-106.$$

$$\text{Ответ: } x_2=-2; c=-106.$$

№582.

Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения. По условию задачи $x_1 - x_2 = 2$, а по теореме Виета получим: $x_1 + x_2 = 12$. Затем получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 12. \end{cases}$$

Сложим эти уравнения, получим: $2x_1 = 14$, откуда $x_1 = 7$. Вычтем первое уравнение из второго, получим: $2x_2 = 10$, откуда $x_2 = 5$. Значит, $q = x_1 \cdot x_2 = 7 \cdot 5 = 35$.

Ответ: 35.

№583.

Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения. Тогда имеем систему:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = -1. \end{cases}$$

Находим: $2x_1 = 5$, $2x_2 = -7$, т.е. $x_1 = 2,5$; $x_2 = -3,5$.

Значит, $c = x_1 \cdot x_2 = 2,5 \cdot -(3,5) = -8,75$.

Ответ: -8,75.

№584.

$$a) 3x^2 + 113x - 7 = 0; x^2 + \frac{113}{3}x - \frac{7}{3} = 0;$$

$D > 0$, по теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3} < 0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

$$б) 5x^2 - 291x - 16 = 0; x^2 - \frac{291}{5}x - \frac{16}{5} = 0;$$

$D > 0$, по теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{16}{5} < 0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

№585.

а) имеет два корня противоположных знаков;

- б) имеет два положительных корня;
- в) не имеет корней;
- г) имеет два положительных корня;
- д) не имеет корней;
- е) имеет два корня противоположных знаков.

№586.

- а) имеет два положительных корня;
- б) имеет два корня противоположных знаков;
- в) имеет два положительных корня;
- г) имеет два корня противоположных знаков;
- д) имеет два положительных корня;
- е) имеет два корня противоположных знаков.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№587.

а) $(3x+1)^2=3x+1$; $9x^2+6x+1=3x+1$;
 $9x^2+3x=0$; $3x(3x+1)=0$; $x(3x+1)=0$;

$x_1=0$; $3x_2+1=0$; $3x_2=-1$; $x_2=-\frac{1}{3}$;

б) $(3x+1)^2=3(x+1)$; $9x^2+6x+1=3x+3$;
 $9x^2+3x-2=0$;

$D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-2)=81$;

$x=\frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{-3 \pm 9}{18}$;

$x_1=\frac{-3+9}{18} = \frac{1}{3}$;

$x_2=\frac{-3-9}{18} = -\frac{2}{3}$;

в) $(3x+1)^2=(2x-5)^2$; $9x^2+6x+1=4x^2-20x+25$;
 $5x^2+26x-24=0$;

$D_1=13^2-5 \cdot (-24)=169+120=289$;

$x=\frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}$

$x_1=\frac{-13+17}{5} = \frac{4}{5}$;

$$x_2 = \frac{-13-17}{5} = -6;$$

$$г) (3x+4)^2=4(x+3); 9x^2+24x+16=4x+12;$$

$$9x^2+20x+4=0;$$

$$D_1=10^2-4 \cdot 9=64;$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{9} = \frac{-10 \pm 8}{9}$$

$$x_1 = \frac{-10+8}{9} = -\frac{2}{9};$$

$$x_2 = \frac{-10-8}{9} = -2;$$

$$д) 4(x+3)^2=2x+6); 4(x+3)^2=(2x+6)(2x+6);$$

$$4(x+3)^2=2 \cdot 2(x+3)^2; 4(x+3)^2=4(x+3)^2 \text{ при любом } x;$$

$$е) (6x+3)^2=(x-4)^2; 36x^2+36x+9=x^2-8x+16;$$

$$35x^2+44x-7=0;$$

$$D_1=22^2-35 \cdot (-7)=484+245=729;$$

$$x = \frac{-22 \pm \sqrt{729}}{35} = \frac{-22 \pm 27}{35}$$

$$x_1 = \frac{-22+27}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7};$$

$$x_2 = \frac{-22-27}{35} = -\frac{49}{35} = -1\frac{2}{5};$$

№588.

Обозначим за $(8x)$ м – первый катет треугольника, $(15x)$ м – второй катет. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$$(8x)^2+(15x)^2=6,8^2; 64x^2+225x^2=46,24;$$

$$289x^2=46,24; x^2=\frac{46,24}{289}=0,16; x=\pm\sqrt{0,16};$$

$$x_1=\sqrt{0,16}=0,4; \text{ тогда } 8x=8 \cdot 0,4=3,2 \text{ м – длина первого катета,}$$

$$15x=15 \cdot 0,4=6 \text{ м – длина второго катета.}$$

$x_2=-\sqrt{0,16}=-0,4$ не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля. Площадь прямоугольного треугольника равна

$$\text{половине произведения длин его катетов: } S=\frac{3,2 \cdot 6}{2}=\frac{19,2}{2}=9,6 \text{ (м}^2\text{).}$$

Ответ: $9,6 \text{ м}^2$.

№589.

Обозначим за $(12x)$ см – длину неизвестного катета, $(13x)$ см – длину гипотенузы. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$$(13x)^2 = (12x)^2 + 15^2; 169x^2 = 144x^2 + 225;$$

$$25x^2 = 225; x^2 = 9; x = \pm \sqrt{9};$$

$x_1 = 3$; $x_2 = -3$ – не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля.

$$13x = 3 \cdot 13 = 39 \text{ см} - \text{длина гипотенузы,}$$

$$12x = 3 \cdot 12 = 36 \text{ см} - \text{длина искомого катета.}$$

$$\text{Найдем периметр: } P = 15 + 39 + 36 = 90 \text{ см.}$$

Ответ: 90 см.

§ 10. Дробные рациональные уравнения

24. Решение дробных рациональных уравнений

№590.

$$\text{а) } \frac{y^2}{y+3} = \frac{y}{y+3}; \quad \frac{y^2}{y+3} - \frac{y}{y+3} = 0;$$

$$\frac{y^2 - y}{y+3} = 0; y^2 - y = 0; y(y-1) = 0;$$

$$y_1 = 0; y_2 - 1 = 0; y_2 = 1;$$

Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$\text{б) } \frac{x^2}{x^2-4} = \frac{5x-6}{x^2-4}; \quad \frac{x^2}{x^2-4} - \frac{5x-6}{x^2-4} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = 0; x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3;$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = 2.$$

$x=2$ не подходит, т.к. при $x=2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x=3$.

$$в) \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}; \quad \frac{2x^2}{x-2} - \frac{-7x+6}{2-x} = 0;$$

$$\frac{2x^2}{x-2} - \frac{7x-6}{x-2} = 0; 2x^2-7x+6=0;$$

$$D=7^2-4 \cdot 2 \cdot 6=49-48=1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4};$$

$$x_1 = \frac{7+1}{4} = 2;$$

$$x_2 = \frac{7-1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$x=2$ не подходит, т.к. при $x=2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x=1\frac{1}{2}$.

$$г) \frac{y^2-6y}{y-5} = \frac{5}{5-y}; \quad \frac{y^2-6y}{y-5} - \frac{5}{5-y} = 0;$$

$$\frac{y^2-6y}{y-5} + \frac{5}{y-5} = 0; \quad \frac{y^2-6y+5}{y-5} = 0; \quad y^2-6y+5=0;$$

$$D_1=3^2-1 \cdot 5=9-5=4; y=3 \pm \sqrt{4}=3 \pm 2;$$

$$y_1=3+2=5; y_2=3-2=1.$$

$y=5$ не подходит, т.к. при $y=5$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y=1$.

$$д) \frac{2x-2}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}; \quad \frac{2x-2}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0;$$

$$\frac{(2x-1)(x-1)-(3x+4)(x+7)}{(x+7)(x-1)} = 0;$$

$$\frac{2x^2-2x-x+1-(3x^2+21x+4x+28)}{(x+7)(x-1)} = 0;$$

$$2x^2-3x+1-3x^2-25x-28=0; -x^2-28x-27=0;$$

$$x^2+28x+27=0; D_1=14^2-1 \cdot 27=196-27=169;$$

$$x=-14 \pm \sqrt{169}=-14 \pm 13;$$

$$x_1=-14-13=-27;$$

$$x_2=-14+13=-1;$$

$$\text{е) } \frac{2y+3}{2y-1} = \frac{y-5}{y+3}; \quad \frac{2y+3}{2y-1} - \frac{y-5}{y+3} = 0;$$

$$(2y+3)(y+3)-(2y-1)(y-5)=0;$$

$$2y^2+6y+3y+9-(2y^2-10y-y+5)=0;$$

$$2y^2+9y+9-2y^2+11y-5=0;$$

$$20y+4=0; 4(5y+1)=0; 5y+1=0; 5y=-1; y=-\frac{1}{5};$$

$y=-\frac{1}{5}$ является корнем уравнения, т.к. при $y=-\frac{1}{5}$ общий знаменатель

дробей не обращается в ноль.

$$\text{ж) } \frac{5y+1}{y+1} = \frac{y+2}{y}; \quad \frac{5y+1}{y+1} - \frac{y+2}{y} = 0;$$

$$y(5y+1)-(y+1)(y+2)=0; 5y^2+y-(y^2+2y+2+2)=0;$$

$$5y^2+y-y^2-3y-2=0; 4y^2-2y-2=0; 2y^2-y-1=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 2 \cdot (-1)=1+8=9;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4};$$

$$y_1 = \frac{1+3}{4} = 1;$$

$$y_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

При $y_1=1$ и $y_2=-\frac{1}{2}$ общий знаменатель не обращается в ноль,

поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{з) } \frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}; \quad \frac{1+3x}{1-2x} - \frac{5-3x}{1+2x} = 0;$$

$$\frac{(1+2x)(1+3x)-(1-2x)(5-3x)}{1-4x^2} = 0;$$

$$1+3x+2x+6x^2-(5-3x-10x+6x^2)=0;$$

$$18x-4=0;$$

$$2(9x-2)=0; 9x=2; x=\frac{2}{9}.$$

$x=\frac{2}{9}$ является корнем уравнения, т.к. при $x=\frac{2}{9}$ общий знаменатель

дробей не обращается в ноль.

$$\text{и) } \frac{x-1}{2x+3} - \frac{2x-1}{3-2x} = 0; \quad \frac{x-1}{2x+3} + \frac{2x-1}{2x-3} = 0;$$

$$\frac{(2x-3)(x-1)+(2x-1)(2x+3)}{4x^2-9}=0;$$

$$(2x-3)(x-1)+(2x-1)(2x+3)=0;$$

$$6x^2-x=0; x(6x-1)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$6x_2-1=0; 6x_2=1; x_2=\frac{1}{6}.$$

При $x=0$ и $x=\frac{1}{6}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль,

поэтому $x_1=0$ и $x_2=\frac{1}{6}$ являются корнями уравнения.

№591.

$$a) \frac{2x-5}{x+5}-4=0; \quad \frac{2x-5-4(x+5)}{x+5}=0;$$

$$2x-5-4x-20=0; -2x-25=0;$$

$$2x+25=0; 2x=-25; x=-\frac{25}{2}=-12\frac{1}{2}; x=-12\frac{1}{2}$$

$x=-12\frac{1}{2}$ является корнем уравнения, т.к. при $x=-12\frac{1}{2}$ знаменатель

не обращается в ноль.

$$b) \frac{12}{7-x}=x; \quad \frac{12}{7-x}-\frac{x}{1}=0;$$

$$\frac{12-x(7-x)}{7-x}=0; 12-7x+x^2=0; x^2-7x+12=0;$$

$$D=7^2-4 \cdot 1 \cdot 12=1;$$

$$x=\frac{7 \pm \sqrt{1}}{2}=\frac{7 \pm 1}{2};$$

$$x_1=\frac{7-1}{2}=3;$$

$$x_2=\frac{7+1}{2}=4;$$

$x_1=3$ и $x_2=4$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$в) \frac{x^2-4}{4}=\frac{3+2x}{2}; \quad \frac{x^2-4}{4}-\frac{3+2x}{2}=0$$

$$x^2-4-6-4x=0; x^2-4x-10=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-10)=4+10=14;$$

$$x_{1,2}=2 \pm \sqrt{14};$$

$$г) \frac{10}{2x-3} = x-1; \quad \frac{10}{2x-3} - \frac{x-1}{1} = 0;$$

$$\frac{10-(2x-3)(x-1)}{2x-3} = 0; \quad 10-(2x-3)(x-1)=0;$$

$$10-(2x^2-2x-3x+3)=0;$$

$$2x^2-5x-7=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 2 \cdot (-7)=25+56=81;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 9}{4};$$

$$x_1 = \frac{5+9}{4} = 3 \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{5-9}{4} = -1.$$

При $x_1 = 3 \frac{1}{2}$ и $x_2 = -1$ общий знаменатель не обращается в ноль,

поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{8}{x} = 3x+2; \quad \frac{8-x(3x+2)}{x} = 0;$$

$$8-x(3x+2)=0; \quad 3x^2+2x-8=0;$$

$$D_1=1^2-3 \cdot (-8)=1+24=25;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{3} = \frac{-1 \pm 5}{3};$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{3} = 1 \frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{3} = -2;$$

При $x_1 = 1 \frac{1}{3}$ и $x_2 = -2$ общий знаменатель не обращается в ноль,

поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$е) \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}; \quad \frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0;$$

$$\frac{3(x^2+4x)-2x(x+2)}{3(x+2)} = 0; \quad 3(x^2+4x)-2x(x+2)=0;$$

$$x^2+8x=0; \quad x(x+8)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$x_2 = -8;$$

$x_1 = 0$ и $x_2 = -8$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{ж) } \frac{2x^2 - 5x + 3}{10x - 5} = 0; \quad 2x^2 - 5x + 3 = 0;$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4};$$

$$x_1 = \frac{5+1}{4} = 1\frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{5-1}{4} = 1.$$

$x_1 = 1\frac{1}{2}$ и $x_2 = 1$ являются корнями уравнения, поскольку при $x = 1\frac{1}{2}$ и

$x = 1$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{з) } \frac{4x^3 - 9x}{x + 1,5} = 0; \quad 4x^3 - 9x = 0;$$

$$x(4x^2 - 9) = 0; \quad x(2x - 3)(2x + 3) = 0;$$

$$x_1 = 0;$$

$$x_2 = \frac{3}{2};$$

$$x_3 = -\frac{3}{2};$$

$x = -\frac{3}{2}$ не подходит, так как при этом значении знаменатель дроби

обращается в ноль; значит, уравнение имеет два корня: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{3}{2}$,

т.к. при $x = 0$ и $x = \frac{3}{2}$ знаменатель дроби не обращается в ноль.

№592.

$$\text{а) } \frac{x^2}{x^2 + 1} = \frac{7x}{x^2 + 1}; \quad \frac{x^2}{x^2 + 1} - \frac{7x}{x^2 + 1} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 7x}{x^2 + 1} = 0; \quad x^2 - 7x = 0; \quad x(x - 7) = 0;$$

$$x_1 = 0;$$

$$x_2=7.$$

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x+1>0$ при всех x .

$$\text{б) } \frac{y^2}{y^2-6y} = \frac{4(3-2y)}{y(6-y)}; \quad \frac{y^2}{y^2-6y} - \frac{4(3-2y)}{y(6-y)} = 0;$$

$$\frac{y^2}{y^2-6y} + \frac{4(3-2y)}{y(y-6)} = 0; \quad y^2+4(3-2y)=0;$$

$$y^2+12-8y=0; \quad y^2-8y+12=0;$$

$$D_1=(-4)^2-1 \cdot 12=16-12;$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{1} = 4 \pm 2;$$

$$y_1=4+2=6;$$

$$y_2=4-2=2.$$

$y_1=6$ не подходит, т.к. при $y=6$ знаменатель обращается в ноль, а при $y=4$ знаменатель в ноль не обращается, один корень $y=4$.

$$\text{в) } \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}; \quad \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+3}{x-4} = 0;$$

$$(x-4)(x-2)-(x+2)(x+3)=0;$$

$$x^2-2x-4x+8-x^2-3x-3x-6=0;$$

$$11x=2; \quad x = \frac{2}{11}.$$

$x = \frac{2}{11}$ является корнем уравнения, поскольку при $x = \frac{2}{11}$ общий

знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$\text{г) } \frac{8y-5}{y} = \frac{9y}{y+2}; \quad \frac{8y-5}{y} - \frac{9y}{y+2} = 0;$$

$$(8y-5)(y+2)-y \cdot 9y=0; \quad 8y^2+16y-5y-10-9y^2=0;$$

$$y^2-11y+10=0;$$

$$D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=81;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2};$$

$$y_1 = \frac{11-9}{2} = 1;$$

$$y_2 = \frac{11+9}{2} = 10.$$

При $y=1$ и $y=10$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{x^2+3}{x^2+1} = 2; \quad \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0;$$

$$x^2+3-2(x^2+1)=0;$$

$$-x^2+1=0; x^2-1=0; (x-1)(x+1)=0;$$

$$1) x-1=0;$$

$$x_1=1;$$

$$2) x+1=0;$$

$$x_2=-1.$$

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x > 0$ при всех x .

$$е) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}; \quad \frac{3}{x^2+2} - \frac{1}{x} = 0; \quad 3x - (x^2+2) = 0;$$

$$x^2-3x+2=0;$$

$$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=9-8=1;$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{3-1}{2} = 1;$$

$$x_2 = \frac{3+1}{2} = 2.$$

При $x=1$ и $x=2$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$ж) x+2 = \frac{15}{4x+1}; \quad \frac{x+2}{1} - \frac{15}{4x+1} = 0;$$

$$(x+2)(4x+1)-15=0;$$

$$4x^2+9x-13=0;$$

$$D=9^2-4 \cdot 4 \cdot (-13)=81+208=289;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 4} = \frac{-9 \pm 17}{8};$$

$$x_1 = \frac{-9-17}{8} = -\frac{26}{8} = -3,25;$$

$$x_2 = \frac{-9+17}{8} = 1.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=1$ и $x=-3,25$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$з) \frac{x^2-5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}; \quad \frac{x^2-5}{x-1} - \frac{7x+10}{9} = 0;$$

$$9(x^2-5)-(x-1)(7x+10)=0;$$

$$9x^2-45-(7x^2+10x-7x-10)=0;$$

$$2x^2-3x-35=0;$$

$$D=(-3)^2-4 \cdot 2 \cdot (-35)=9+280=289;$$

$$x=\frac{3 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2}=\frac{3 \pm 17}{4};$$

$$x_1=\frac{3+17}{4}=5;$$

$$x_2=\frac{3+17}{4}=-\frac{14}{4}=-3,5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=5$ и $x=-3,5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

№593.

$$a) \frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}=1; \quad \frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}-1=0;$$

$$(3x+1)(x-2)-(x-1)(x+2)-(x+2)(x-2)=0;$$

$$3x^2-6x+x-2-x^2-2x+x+2-x^2+4=0;$$

$$x^2-6+4=0;$$

$$D_1=(-3)^2-1 \cdot 4=5;$$

$$x_{1,2}=3 \pm \sqrt{5}.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=3 \pm \sqrt{5}$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$б) \frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}=5; \quad \frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}-5=0;$$

$$2(y-1)(y-3)+(y+3)^2-5(y^2-9)=0;$$

$$2(y^2-y-3y+3)+y^2+6y+9-5y^2+45=0;$$

$$-2y^2-2y+60=0; y^2+y-30=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot (-30)=1+120=121;$$

$$y=\frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{-1 \pm 11}{2};$$

$$y_1=\frac{-1-11}{2}=-6;$$

$$y_2=\frac{-1+11}{2}=5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $y=-6$ и $y=5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$в) \frac{4}{9y^2-1}-\frac{4}{3y+1}=\frac{5}{1-3y};$$

$$\frac{4}{(3y-1)(3y+1)} - \frac{4}{3y+1} + \frac{5}{3y-1} = 0;$$

$$\frac{4 - 4(3y-1) + 5(3y+1)}{9y^2 - 1} = 0; 4 - 12y + 4 + 15y + 5 = 0;$$

$$3y + 13 = 0; 3y = -13; y = -\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}.$$

$y = -4\frac{1}{3}$ является корнем уравнения, т.к. при этом значении y общий

знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$\text{г) } \frac{4}{x+3} - \frac{5}{3-x} = \frac{1}{x-3} - 1;$$

$$\frac{4}{x+3} + \frac{5}{x-3} - \frac{1}{x-3} + 1 = 0;$$

$$4(x-3) + 5(x+3) - (x+3) + x^2 - 9 = 0;$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-9) = 25;$$

$$x = -4 \pm \sqrt{25} = -4 \pm 5;$$

$$x_1 = -4 + 5 = 1;$$

$$x_2 = -4 - 5 = -9.$$

При $x_1 = 1$ и $x_2 = -9$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{д) } 3 + \frac{4}{x-1} = \frac{5-x}{x^2-x}; \quad 3 + \frac{4}{x-1} - \frac{5-x}{x(x-1)} = 0;$$

$$\frac{3(x-1) + 4x - (5-x)}{x(x-1)} = 0; 3x - 3 + 4x - 5 + x = 0; 8x = 8; x = 1.$$

При $x = 1$ $x-1 = 0$, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$\text{е) } \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} = \frac{3y+4}{y^2-2y};$$

$$\frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} - \frac{3y+4}{y(y-2)} = 0;$$

$$(y-2)(3y-2) - y - 3y - 4 = 0;$$

$$3y^2 - 2y - 6y + 4 - y - 3y - 4 = 0; 3y^2 - 12y = 0;$$

$$y^2 - 4y = 0; y(y-4) = 0;$$

$$y_1 = 0;$$

$$y_2 = 4.$$

При $y = 0$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y = 4$, т.к. при $y = 4$ знаменатель в ноль не обращается.

№594.

$$\text{a) 1) } \frac{2x-1}{x+6} = 5; \quad \frac{2x-1}{x+6} - 5 = 0;$$

$$\frac{2x-1-5(x+6)}{x+6} = 0; \quad 2x-1-5x-30=0;$$

$$-3x-31=0; \quad 3x=-31; \quad x=-\frac{31}{3} = -10\frac{1}{3}.$$

$$2) \quad \frac{2x-1}{x+6} = -3; \quad \frac{2x-1}{x+6} + 3 = 0; \quad 2x-1+3x+18=0;$$

$$5x=-17; \quad x=-\frac{17}{5} = -3\frac{2}{5}.$$

$$3) \quad \frac{2x-1}{x+6} = 0; \quad 2x-1=0; \quad x=\frac{1}{2}.$$

$$4) \quad \frac{2x-1}{x+6} = 2; \quad \frac{2x-1}{x+6} - 2 = 0;$$

$$2x-1-2(x+6)=0; \quad 2x-1-2x-12=0; \quad -13 \neq 0.$$

Эта функция не равна 2 ни при каких x .

$$\text{б) 1) } \frac{x^2+x-2}{x+3} = -10; \quad \frac{x^2+x-2}{x+3} + 10 = 0;$$

$$x^2+x-2+10x+30=0; \quad x^2+11x+28=0;$$

$$D=11^2-4 \cdot 1 \cdot 28=9;$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-11 \pm 3}{2};$$

$$x_1 = \frac{-11+3}{2} = -4;$$

$$x_2 = \frac{-11-3}{2} = -7.$$

$$2) \quad \frac{x^2+x-2}{x+3} = 0; \quad x^2+x-2=0;$$

$$D=1-4 \cdot 1 \cdot (-2)=9;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2};$$

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

$$3) \frac{x^2+x-2}{x+3} = -5; \frac{x^2+x-2}{x+3} + 5 = 0;$$

$$x^2+x-2+5x+15=0; x^2+6x+13=0;$$

$$D=3^2-1 \cdot 13=9-13=-4<0.$$

Эта функция не равна -5 ни при каких x .

№595.

$$a) \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2; \quad \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-6}{x+5} - 2 = 0;$$

$$(x+5)(x-4)+(x-5)(x-6)-2(x^2-25)=0;$$

$$x^2-4x+5x-20+x^2-6x-5x+30-2x^2+50=0;$$

$$-10x+60=0; x-6=0; x=6;$$

$$б) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12};$$

$$-\frac{1}{x-2} - 1 - \frac{1}{x-2} + \frac{6-x}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$-\frac{2}{x-2} + \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - 1 = 0;$$

$$\frac{6-x-2(3x+6)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$6-x-6x-12-3x^2+12=0;$$

$$3x^2+7x-6=0;$$

$$D=7^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm 11}{6};$$

$$x_1 = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{-7-11}{6} = -3.$$

$$в) \frac{7y-3}{y-y^2} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)};$$

$$\frac{7y-3}{y(1-y)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$-\frac{(7y-3)}{y(y-1)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$-7y+3-y+5=0; -8y+8=0;$$

$$-8(y-1)=0; y-1=0; y=1.$$

При $y=1$ общий знаменатель обращается в ноль, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$г) \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}; \quad \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} - \frac{10}{y} = 0;$$

$$3y(y+2)+7y(y-2)-10(y^2-4)=0;$$

$$3y^2+6y+7y^2-14y-10y^2+40=0;$$

$$-8y+40=0; y-5=0; y=5.$$

$$д) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}; \quad \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} - \frac{10}{3} = 0;$$

$$\frac{3(x+3)^2 + 3(x-3)^2 - 10x^2 + 90}{3(x^2-9)} = 0;$$

$$3x^2+18x+27+3x^2-18x+27-10x^2+90=0;$$

$$-4x^2+144=0; x^2-36=0;$$

$$(x-6)(x+6)=0;$$

$$x_1=6;$$

$$x_2=-6.$$

$$е) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}; \quad \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} - \frac{26}{3} = 0;$$

$$3(x+2)(5x+7)-3(x-2)(2x+21)-26(x^2-4)=0;$$

$$15x^2+21+30x+42-6x^2-63x+12x+126-26x^2+104=0;$$

$$-17x^2+272=0; x^2-16=0;$$

$$(x-4)(x+4)=0;$$

$$x_1=4;$$

$$x_2=-4.$$

№596.

$$а) \frac{3y+9}{3y-1} + \frac{2y-13}{2y+5} = 2;$$

$$\frac{(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1)}{(3y-1)(2y+5)} - 2 = 0;$$

$$(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1) - 2(3y-1)(2y+5) = 0;$$

$$6y^2+18y+15y+45+6y^2-39y-2y+13-12y^2-30y+4y+10=0;$$

$$-34y+68=0; y-2=0; y=2.$$

$$б) \frac{5y+13}{5y+4} - \frac{4-6y}{3y-1} = 3;$$

$$\frac{(3y-1)(5y+13)-(5y+4)(4-6y)}{(5y+4)(3y-1)} - 3 = 0;$$

$$(3y-1)(5y+13)-(5y+4)(4-6y)-3(3y-1)(5y+4)=0;$$

$$15y^2+39y-5y-13-(20y-30y^2+16-24y)-(9y-3)(5y+4)=0;$$

$$15y^2+39y-5y-13-20y+30y^2-16+24y-45y^2-36y+15y+12=0;$$

$$17y-17=0; y-1=0; y=1.$$

$$в) \frac{y+1}{y-5} + \frac{10}{y+5} = \frac{y+1}{y-5} \cdot \frac{10}{y+5};$$

$$(y+5)(y+1)+10y-50=10y+10;$$

$$y^2+y+5y+5+10y-50-10y-10=0;$$

$$y^2+6y-55=0;$$

$$D_1=3^2-1 \cdot (-55)=9+55=64;$$

$$y=-3 \pm \sqrt{64} = -3 \pm 8;$$

$$y_1=-3+8=5;$$

$$y_2=-3-8=-11.$$

Поскольку при $y=5$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=-11$ удовлетворяет условию задачи.

$$г) \frac{6}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{6}{y-4} \cdot \frac{y}{y+2};$$

$$\frac{6(y+2)-y(y-4)}{(y-4)(y+2)} = \frac{6y}{(y-4)(y+2)};$$

$$6(y+2)-y(y-4)=6y; 6y+12-y^2+4y=6y;$$

$$y^2-4y-12=0;$$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-12)=16;$$

$$y=2 \pm \sqrt{16} = 2 \pm 4;$$

$$y_1=2+4=6;$$

$$y_2=2-4=-2.$$

Поскольку при $y=-2$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=6$ удовлетворяет условию задачи.

№597.

$$а) \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y}; \quad \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} - \frac{1}{y} = 0;$$

$$\frac{5y(y-3)-4y(y-2)-(y-2)(y-3)}{y(y-2)(y-3)} = 0;$$

$$5y(y-3)-4y(y-2)-(y-2)(y-3)=0;$$

$$5y^2-15y-4y^2+8y-y^2+3y+2y-6=0;$$

$$-2y-6=0; y+3=0; y=-3.$$

$$\text{б) } \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x+3}; \quad \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x+3} = 0;$$

$$\frac{(x+2)(x+3) + 2(x+1)(x+3) - 3 \cdot 2(x+1)(x+2)}{2(x+1)(x+2)(x+3)} = 0;$$

$$(x+2)(x+3) + (2x+2)(x+3) - (6x+6)(x+2) = 0;$$

$$x^2 + 3x + 2x + 6 + 2x^2 + 6x + 2x + 6 - 6x^2 - 12x - 6x - 12 = 0;$$

$$-3x^2 - 5x = 0; x(3x+5) = 0;$$

$$x_1 = 0;$$

$$x_2 = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}.$$

$$\text{в) } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x};$$

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x(x-2)} - \frac{8}{x(x-2)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{x(x-2) + x+2-8}{x(x-2)(x+2)} = 0; x^2 - 2x + x + 2 - 8 = 0;$$

$$x^2 - x - 6 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2};$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} = 3;$$

$$x_2 = \frac{1-5}{2} = -2.$$

$x = -2$ не подходит, т.к. при $x = -2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому уравнение имеет один корень $x = 3$.

$$\text{г) } \frac{10}{y^3-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y};$$

$$\frac{10}{y(y-1)(y+1)} - \frac{1}{y(y-1)} - \frac{1}{y+1} = 0;$$

$$\frac{10 - (y+1) - y(y-1)}{y(y-1)(y+1)} = 0;$$

$$10 - y - 1 - y^2 + y = 0; y^2 - 9 = 0;$$

$$(y-3)(y+3) = 0;$$

$$y_1 = 3;$$

$$y_2 = -3.$$

$$д) 1 + \frac{45}{x^2 - 8x + 16} = \frac{14}{x - 4}; \quad 1 + \frac{45}{(x-4)^2} - \frac{14}{x-4} = 0;$$

$$(x-4)^2 + 45 - 14(x-4) = 0;$$

$$x^2 - 8x + 16 + 45 - 14x + 56 = 0; x^2 - 22x + 117 = 0;$$

$$D_1 = 11^2 - 1 \cdot 117 = 121 - 117 = 4;$$

$$x = 11 \pm \sqrt{4} = 11 \pm 2;$$

$$x_1 = 11 - 2 = 9;$$

$$x_2 = 11 + 2 = 13.$$

$$е) \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3; \quad \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3(1-2x+x^2)} - 3 = 0;$$

$$\frac{3 \cdot 5(x-1) - 4 - 9 \cdot (x-1)^2}{3 \cdot (x-1)^2} = 0;$$

$$15(x-1) - 4 - 9(x^2 - 2x + 1) = 0;$$

$$15x - 15 - 4 - 9x^2 + 18x - 9 = 0;$$

$$9x^2 - 33x + 28 = 0;$$

$$D = 33^2 - 4 \cdot 9 \cdot 28 = 1089 - 1008 = 81;$$

$$x = \frac{33 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{33 \pm 9}{18};$$

$$x_1 = \frac{33+9}{18} = \frac{42}{18} = 2\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{33-9}{18} = \frac{24}{18} = 1\frac{1}{3}.$$

№598.

$$а) \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}; \quad \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-5} = 0;$$

$$10 + x(x-5) = 3(x+1);$$

$$10 + x^2 - 5x = 3x + 3;$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0;$$

$$D_1 = (-4)^2 - 7 \cdot 1 = 16 - 7 = 9;$$

$$x = 4 \pm \sqrt{9} = 4 \pm 3;$$

$$x_1 = 4 - 3 = 1;$$

$$x_2 = 4 + 3 = 7.$$

$$б) \frac{17}{(x-3)(x+4)} - \frac{1}{x-3} = \frac{x}{x+4};$$

$$17 - x - 4 - x(x-3) = 0;$$

$$17 - x - 4 - x^2 + 3x = 0;$$

$$x^2 - 2x - 13 = 0;$$

$$D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-13) = 1 + 13 = 14;$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{14}.$$

$$b) \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2 - 1} = 0;$$

$$\frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0;$$

$$\frac{4(x-1)^2 - (x+1)^2 + (x-1)(x+1)}{(x+1)^2(x-1)^2} = 0;$$

$$4(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1) + x^2 - 1 = 0;$$

$$4x^2 - 10x + 2 = 0; 2x^2 - 5x + 1 = 0;$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17;$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}.$$

$$r) \frac{4}{9x^2 - 1} + \frac{1}{3x^2 - x} = \frac{4}{9x^2 - 6x + 1};$$

$$\frac{4}{(3x-1)(3x+1)} + \frac{1}{x(3x-1)} - \frac{4}{(3x-1)^2} = 0;$$

$$\frac{4x(3x-1) + (3x+1)(3x-1) - 4x(3x+1)}{x(3x-1)^2(3x+1)} = 0;$$

$$4x(3x-1) + 9x^2 - 1 - 12x^2 - 4x = 0;$$

$$9x^2 - 8x - 1 = 0;$$

$$D_1 = (-4)^2 - 9 \cdot (-1) = 16 + 9;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{25}}{9} = \frac{4 \pm 5}{9};$$

$$x_1 = \frac{4+5}{9} = 1;$$

$$x_2 = \frac{4-5}{9} = -\frac{1}{9}.$$

№599.

$$a) \frac{21}{x+1} = \frac{16}{x-2} - \frac{6}{x}; \quad \frac{21}{x+1} - \frac{16}{x-2} + \frac{6}{x} = 0;$$

$$\frac{21x(x-2) - 16x(x+1) + 6(x+1)(x-2)}{x(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$21x^2 - 42x - 16x^2 - 16x + 6(x^2 - 2x + x - 2) = 0;$$

$$11x^2 - 64x - 12 = 0;$$

$$D_1 = (-32)^2 - 11 \cdot (-12) = 1024 + 132 = 1156;$$

$$x = \frac{32 \pm \sqrt{1156}}{11} = \frac{32 \pm 34}{11};$$

$$x_1 = \frac{32 - 34}{11} = -\frac{2}{11};$$

$$x_2 = \frac{32 + 34}{11} = \frac{66}{11} = 6;$$

$$б) \frac{2}{y^2 - 3y} - \frac{1}{y - 3} = \frac{5}{y^3 - 9y};$$

$$\frac{2}{y(y-3)} - \frac{1}{y-3} - \frac{5}{y(y-3)(y+3)} = 0;$$

$$\frac{2(y+3) - y(y+3) - 5}{y(y-3)(y+3)} = 0;$$

$$2y + 6 - y^2 - 3y - 5 = 0;$$

$$y^2 + y - 1 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$в) \frac{18}{4x + 4x + 1} - \frac{1}{2x^2 - x} = \frac{6}{4x^2 - 1};$$

$$\frac{18}{(2x+1)^2} - \frac{1}{x(x-1)} - \frac{6}{(2x-1)(2x+1)} = 0;$$

$$\frac{18x(2x-1) - (2x+1)^2 - 6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)} = 0;$$

$$36x^2 - 18x - (4x^2 + 4x + 1) - 12x^2 - 6x = 0;$$

$$20x^2 - 28x - 1 = 0;$$

$$D = (-14)^2 - 20 \cdot (-1) = 196 + 20 = 216;$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{216}}{20} = \frac{14 \pm 6\sqrt{6}}{20};$$

$$x = \frac{2(7 \pm 3\sqrt{6})}{20} = \frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10}.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№600.

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2;$$

Подставим $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$; получаем:

$$(3 + \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}))^2 = (3 + \sqrt{5} - 3 + \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20.$$

Ответ: 20.

№601.

1) $A(1,5; 7,25)$; $7,25 = (1,5)^2 + 2 \cdot 1,5 + 5$; $7,25 = 2,25 + 3 + 5 = 10,25$;
 $7,25 \neq 10,25$; следовательно, точка А не принадлежит графику данной функции.

2) $B(-3,2; 9)$; $9 = (-3,2)^2 + 2 \cdot (-3,2) + 5$; $9 = 10,24 - 6,4 + 5 = 8,84$;
 $9 \neq 8,84$; следовательно, точка В не принадлежит графику данной функции.

3) $C(\sqrt{3} - 1; 7)$; $7 = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2(\sqrt{3} - 1) + 5$;

$7 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} - 2 + 5$; $7 = 3 + 1 + 5 - 2$; $7 = 7$, следовательно, точка С принадлежит графику данной функции.

№602.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{x} &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{x} = \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - \sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \\ &= \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sqrt{x} - \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} &= \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \\ &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \\ &= \sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{y}. \end{aligned}$$

№603.

а) $a^2 + b^2 > 0$ при $a > 0$, $3ab < 0$, т.к. $a > 0$, $b > 0$, следовательно, $\frac{3ab}{a^2 + b^2} < 0$;

б) При $a < 0$ и $b < 0$, $a + b < 0$ и $5a^3b^2 < 0$, следовательно, $\frac{5a^3b^2}{a + b} > 0$.

25. Решение задач с помощью рациональных уравнений

№604.

Обозначим за x и $(x+3)$ – числитель и знаменатель дроби, тогда $(x+7)$ и $(x+8)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{2}$.

Составляем уравнение:

$$\frac{x+7}{x+8} - \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2};$$

$$2(x+3)(x+7) - 2x(x+8) = (x+8)(x+3);$$

$$2x^2 + 14x + 6x + 42 - 2x^2 - 16x - x^2 - 3x - 8x - 24 = 0;$$

$$x^2 + 7x - 18 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-7 \pm 11}{2};$$

$$x_1 = \frac{-7 + 11}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-7 - 11}{2} = -9.$$

1) При $x = -9$: $\frac{x}{x+3} = \frac{-9}{-9+3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ – не подходит;

2) При $x = 2$: $\frac{x}{x+3} = \frac{2}{5}$.

Ответ: $\frac{2}{5}$.

№605.

Обозначим за x и $(x-5)$ - знаменатель и числитель дроби, тогда $(x-7)$ и $(x+16)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{3}$.

Составляем уравнение:

$$\frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} = \frac{1}{3}; \quad \frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} - \frac{1}{3} = 0;$$

$$3(x+16)(x-5) - 3x(x-7) - x(x+16);$$

$$3x^2 - 15x + 48x - 240 - 3x^2 + 21x - x^2 - 16x = 0;$$

$$x^2 - 38x + 240 = 0;$$

$$D_1 = (-19)^2 - 1 \cdot 240 = 361 - 240 = 121;$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{121}}{1} = 19 \pm 11;$$

$$x_1 = 19 + 11 = 30;$$

$$x_2 = 19 - 11 = 8.$$

1) При $x=30$: $\frac{x-5}{x} = \frac{30-5}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ - не подходит;

2) При $x=8$: $\frac{x-5}{x} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$.

Ответ: $\frac{3}{8}$.

№606.

Обозначим за x км/ч и $(x+20)$ км/ч – скорость первого и второго автомобилей, тогда $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч – время, затраченное первым

автомобилем на путь из города в село, $\left(\frac{120}{x+20}\right)$ ч – время,

затраченное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1;$$

$$120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0;$$

$$x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1 \cdot (-2400) = 100 + 2400 = 2500;$$

$$x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50;$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = -10 + 50 = 40; \text{ тогда } x + 20 = 60.$$

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№607.

Обозначим за x км/ч и $(x-32)$ км/ч – скорости мотоциклиста и

велосипедиста, тогда $\left(\frac{45}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{45}{x-32}\right)$ ч – время, затраченное

мотоциклистом и велосипедистом на путь из А в В. Мотоциклист

был в пути на 1 ч 36 мин меньше: $2 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 1 \frac{3}{5} \text{ ч} = \frac{8}{5} \text{ ч}$. Составляем

уравнение:

$$\frac{45}{x-32} - \frac{45}{x} = \frac{8}{5};$$

$$5 \cdot 45x - 5 \cdot 45(x-32) = 8x(x-32);$$

$$225x - 225x + 7200 - 8x^2 + 256x = 0;$$

$$x^2 - 32x - 900 = 0;$$

$$D_1 = 16^2 - 1 \cdot (-900) = 256 + 900 = 1156;$$

$$x = 16 \pm \sqrt{1156} = 16 \pm 34;$$

$$x_1 = 16 - 34 = -18 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = 16 + 34 = 50; \text{ отсюда } x - 32 = 18.$$

Ответ: 18 км/ч.

№608.

Обозначим за x км/ч и $(x+2)$ км/ч – скорость первого и второго

лыжника, тогда $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{20}{x+2}\right)$ ч – время, затраченное первым

автомобилем на путь из города в село, ч – время, затраченное на

этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1;$$

$$120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0;$$

$$x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1 \cdot (-2400) = 100 + 2400 = 2500;$$

$$x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50;$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = -10 + 50 = 40; \text{ тогда } x + 20 = 60.$$

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№609.

Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч – скорости второго и первого

автомобилей, тогда $\left(\frac{560}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{560}{x+10}\right)$ ч – время, затраченное

вторым и первым автомобилями на весь путь. По условию первый автомобиль приезжает на 1 ч раньше. Составляем уравнение:

$$\frac{560}{x} - \frac{560}{x+10} = 1;$$

$$560(x+10) - 560x = x(x+10);$$

$$560x + 5600 - 560x = x^2 + 10x;$$

$$x^2 + 10x - 5600 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 - 1 \cdot (-5600) = 25 + 5600 = 5625;$$

$$x = -5 \pm \sqrt{5625} = -5 \pm 75;$$

$$x_1 = -5 - 75 = -80 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = -5 + 75 = 70; \text{ откуда } x + 10 = 80.$$

Ответ: 80 км/ч – скорость первого автомобиля, 70 км/ч – скорость второго автомобиля.

№610.

Обозначим за x км/ч скорость поезда по расписанию, тогда $(x+10)$

км/ч – фактическая скорость поезда, $\left(\frac{720}{x}\right)$ ч – время на перегоне по

расписанию, $\left(\frac{720}{x+10}\right)$ ч – фактическое время на перегоне.

Составляем уравнение:

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1;$$

$$720(x+10) - 720x = x(x+10);$$

$$720x + 7200 - 720x = x^2 + 10x;$$

$$x^2 + 10x - 7200 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 - 1 \cdot (-7200) = 25 + 7200 = 7225;$$

$$x = -5 \pm \sqrt{7225} = -5 \pm 85;$$

$$x_1 = -5 - 85 = -90 \text{ (не подходит по смыслу задачи);}$$

$$x_2 = -5 + 85 = 80.$$

Ответ: 80 км/ч.

№611.

Обозначим за x км/ч собственную скорость лодки (скорость движения по озеру), тогда $(x-2)$ км/ч – скорость лодки против

течения реки, $\left(\frac{6}{x-2}\right)$ ч – время передвижения по реке, $\left(\frac{15}{x}\right)$ ч –

время передвижения по озеру. На путь по озеру турист затратил на 1 ч больше, чем на путь по реке. Составляем уравнение:

$$\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1;$$

$$15(x-2) - 6x = x(x-2);$$

$$15x - 30 - 6x = x^2 - 2x;$$

$$x^2 - 11x + 30 = 0;$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{11 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{11+1}{2} = 6;$$

$$x_2 = \frac{11-1}{2} = 5. \text{ Оба значения подходят.}$$

Ответ: 5 км/ч или 6 км/ч.

№612.

Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда $(15+x)$ км/ч – скорость лодки по течению реки, $(15-x)$ км/ч – скорость лодки

против течения, $\left(\frac{35}{15+x}\right)$ ч – время движения лодки по течению,

$\left(\frac{25}{15-x}\right)$ ч – время движения против течения. На путь по течению

реки лодка затратила столько же, сколько на путь против течения. Составляем уравнение:

$$\frac{35}{15+x} = \frac{25}{15-x};$$

$$35(15-x) - 25(15+x) = 0;$$

$$525 - 35x - 375 - 25x = 0;$$

$$-60x = -150; x = 2,5;$$

Ответ: 2,5 км/ч.

№613.

Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда $(20+x)$ км/ч – скорость катера по течению реки, $(20-x)$ км/ч – скорость катера против течения реки, $\left(\frac{22}{20+x}\right)$ ч – время движения по течению,

$\left(\frac{36}{20-x}\right)$ ч – время движения против течения. На путь было затрачено 3 ч. Составляем уравнение:

$$\frac{22}{20+x} + \frac{36}{20-x} = 3;$$

$$22(20-x) + 36(20+x) = 3(20-x)(20+x);$$

$$440 - 22x + 720 + 36x = 3(400 - x^2);$$

$$440 + 720 - 22x + 36x - 1200 + 3x^2 = 0;$$

$$3x^2 + 14x - 40 = 0;$$

$$D_1 = 7^2 - 4 \cdot (-40) = 49 + 160 = 209;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{209}}{3} = \frac{-7 \pm 13}{3};$$

$$x_1 = \frac{-7 + 13}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = \frac{-7 - 13}{3} = -20.$$

Ответ: 2 км/ч.

№614.

Примем за 1 (единицу) объем выполняемой работы. Обозначим за p_1 и p_2 – производительности труда штукатуров; t_1 и t_2 – время

выполнения задания каждым штукатуром в отдельности; $p_1 = \frac{1}{t_1};$

$p_2 = \frac{1}{t_2}.$ Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 + 5t_2 = 12t_2 + 30 \end{cases} \quad t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0.$$

Корни уравнения:

1) $t_2 = -3$ (не подходит);

2) $t_2 = 10$; тогда $t_1 = 15$.

Ответ: 15 ч и 10 ч.

№615.

Примем за 1 объем выполняемой работы. Производительность

труда первого и второго рабочих обозначим за $n_1 = \frac{1}{t_1}$ и $n_2 = \frac{1}{t_2}$, где t_1

и t_2 время выполнения работы первым и вторым рабочим соответственно. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{(t_2 + 10)t_2}{2t_2 + 10} = 12; \end{cases}$$

$$t_2^2 + 10t_2 = 24t_2 + 120; \quad t_2^2 - 14t_2 - 120 = 0.$$

1) $t_2 = -6$ (не подходит по смыслу задачи);

2) $t_2 = 20$; тогда $t_1 = 30$.

Ответ: 30 дней и 20 дней.

№616.

Примем за 1 объем выполняемой работы. Производительность

труда первой и второй бригады соответственно обозначим за $n_1 = \frac{1}{t_1}$

и $n_2 = \frac{1}{t_2}$, где t_1 и t_2 - время выполнения всей работы каждой

бригадой. Составим систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 + 5t_2 = 12t_2 + 30 \end{cases} \quad t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0.$$

1) $t_2 = -3$ (не подходит по смыслу задачи);

2) $t_2 = 10$; тогда $t_1 = 10 + 5 = 15$.

Ответ: 15 дней и 10 дней.

№617.

Обозначим за x км/ч – скорость первого поезда, тогда $(x+4)$ км/ч – скорость второго поезда. Оба поезда прошли 360 км, значит, $\left(\frac{360}{x}\right)$

ч и $\left(\frac{360}{x+4}\right)$ ч – время, затраченное соответственно первым и вторым

поездом. Так как второй поезд вышел на 1 ч позднее первого, составляем уравнение:

$$\frac{360}{x+4} + 1 = \frac{360}{x};$$

$$360x + x^2 + 4x = 360(x+4);$$

$$360x + x^2 + 4x - 360x - 1440 = 0;$$

$$x^2 + 4x - 1440 = 0;$$

$$D_1 = 2^2 - 1 \cdot (-1440) = 4 + 1440 = 1444;$$

$$x = -2 \pm \sqrt{1444} = -2 \pm 38;$$

$$x_1 = -2 - 38 = -40 \text{ (не подходит по смыслу задачи);}$$

$$x_2 = -2 + 38 = 36; \quad x+4 = 40.$$

Ответ: 36 км/ч и 40 км/ч.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№618.

$$a) \frac{1}{11+2\sqrt{30}} + \frac{1}{11-2\sqrt{30}} = \frac{11-2\sqrt{30}+11+2\sqrt{30}}{(11+2\sqrt{30})(11-2\sqrt{30})} =$$

$$= \frac{22}{11^2 - (2\sqrt{30})^2} = \frac{22}{121 - 120} = 22. \text{ Тожество доказано.}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} &= \frac{(\sqrt{5}+2)^2 + (\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \\ &= \frac{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4 + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4}{(\sqrt{5})^2 - 4} = \frac{18}{1} = 18. \text{ Тожество доказано.} \end{aligned}$$

№619.

а) Подставим $x=5+2\sqrt{6}$, $y=5-2\sqrt{6}$:

$$\frac{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}{5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}} = \frac{5^2 - (2\sqrt{6})^2}{10} = \frac{25-24}{10} = \frac{1}{10} = 0,1;$$

а) Подставим $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$:

$$\begin{aligned} &\frac{(\sqrt{11}+\sqrt{3})^2(\sqrt{11}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{11}+\sqrt{3})(\sqrt{11}-\sqrt{3})} = ; \\ &= \frac{11+2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}+3+11-2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}+3}{(\sqrt{11})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{28}{8} = 3,5. \end{aligned}$$

№620.

Обозначим за x_1 и x_2 —0 корни данного уравнения. Тогда по теореме Виета $x_1+x_2=10$, а по условию $x_1-x_2=6$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = 10, \end{cases} \text{ откуда } x_1=8, x_2=2. \text{ По теореме Виета: } q=x_1x_2=8 \cdot 2=16.$$

Ответ: 16.

№621.

а) По условию задачи:

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2};$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2};$$

по теореме Виета: $x_1+x_2=-b$; $x_1 \cdot x_2=c$;

$$b = -\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\sqrt{3};$$

$$c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

Искомое уравнение: $x^2 - \sqrt{3}x + \frac{1}{2} = 0$;

б) По условию задачи:

$$x_1 = 2 - \sqrt{3};$$

$$x_2 = \frac{1}{2 - \sqrt{3}};$$

по теореме Виета:

$$b = -(x_1 + x_2) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}\right) =$$

$$= -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{1}\right) =$$

$$= -(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}) = -4;$$

$$c = x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 1.$$

Искомое уравнение: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

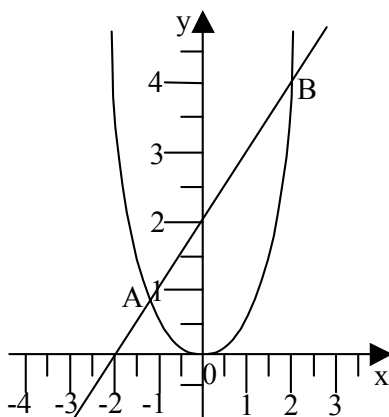
26. Графический способ решения уравнений

№622.

а) $x^2=x+2$; строим графики:

$y=x^2$; $y=x+2$;

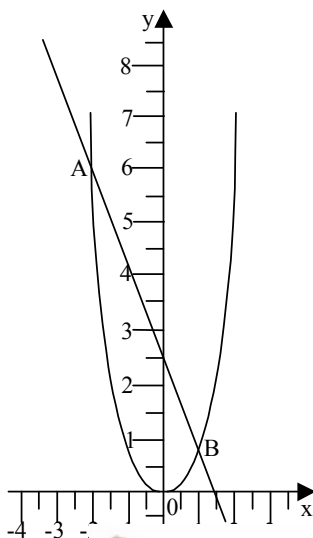
$x_1=-1$; $x_2=2$;



б) $x^2+1,5x-2,5=0$; строим графики:

$y=x^2$; $y=-1,5x+2,5$;

$x_1=-2,5$; $x_2=1$;



№623.

a) $x^2=0,5x+3$;

1) строим графики:

$y=x^2$ и $y=0,5x+3$; находим

$x_1=-1,5$; $x_2=2$.

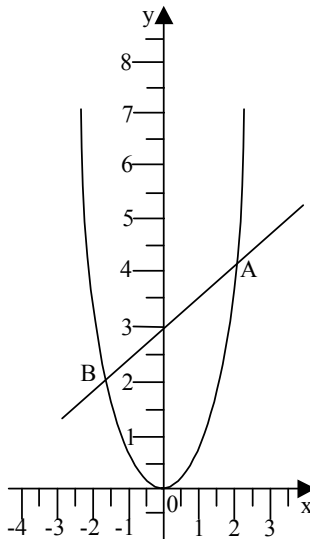
2) $x^2-0,5x-3=0$;

$D=(-0,5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=0,25+12=12,25=3,5^2$

$x=\frac{0,5 \pm 3,5}{2}$;

$x_1=2$;

$x_2=-1,5$;



б) $x^2-3x+2=0$;

1) строим графики:

$y=x^2$ и $y=3x-2$; находим

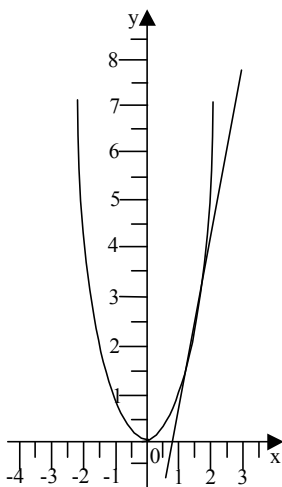
$x_1=1$; $x_2=2$.

2) $D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=1$

$x=\frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$;

$$x_1=2;$$

$$x_2=1;$$

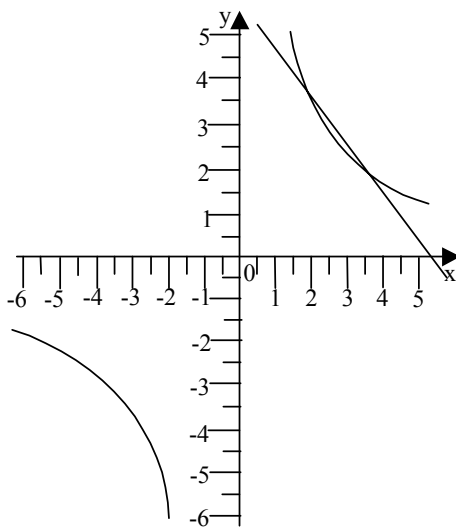


№624.

а) $\frac{8}{x} = -x+6$; строим графики

$y = \frac{8}{x}$ и $y = -x+6$; находим:

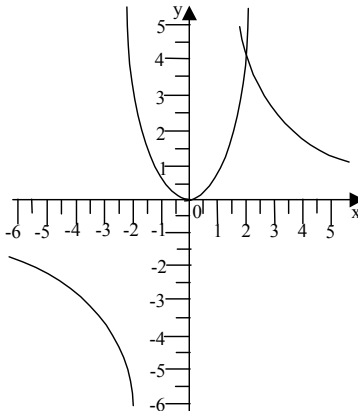
$$x_1=2; x_2=4;$$



б) $\frac{8}{x} = x^2$; строим графики

$y = x^2$ и $y = \frac{8}{x}$; находим:

$x \approx 2$;

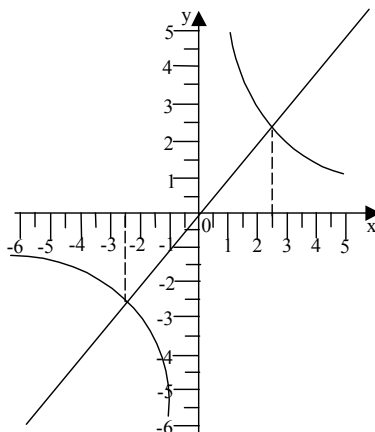


№625.

а) $\frac{6}{x} = x$; строим графики

$y = \frac{6}{x}$ и $y = x$;

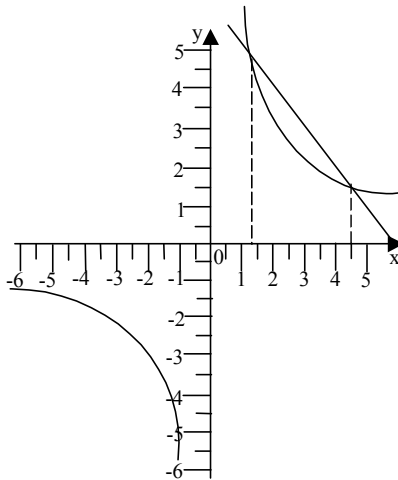
$x_1 \approx 2,5$; $x_2 \approx -2,5$;



б) $\frac{6}{x} = -x + 6$; строим графики

$y = \frac{6}{x}$ и $y = -x + 6$; находим:

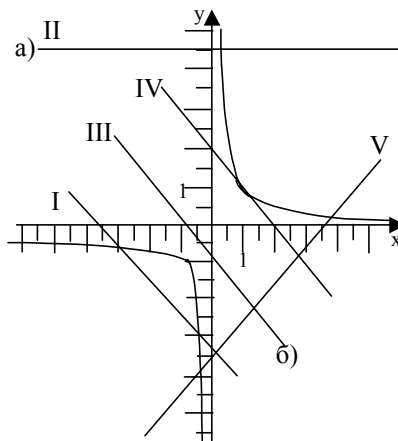
$x_1 \approx 1,2$; $x_2 \approx 4,6$.



№626.

$\frac{1}{x} = ax + b$; строим графики:

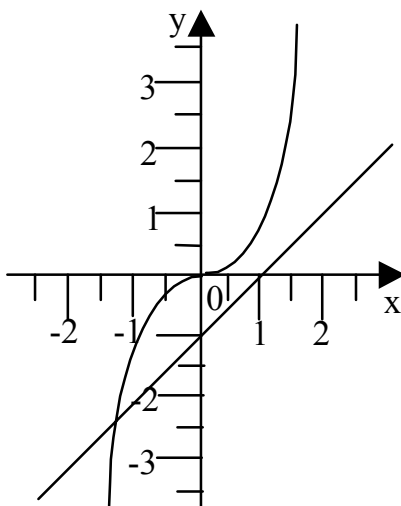
$y = \frac{1}{x}$ и $y = ax + b$.



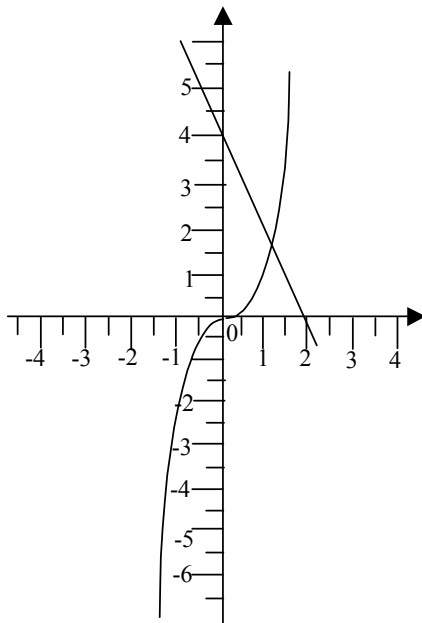
Из рисунка определяем, что
для I прямой: у уравнения два корня;
для II прямой: у уравнения один корень;
для III прямой: у уравнения нет корней;
для IV прямой: у уравнения один корень;
для V прямой: у уравнения два корня.

№627.

а) $x^3 - x + 1 = 0$; строим графики
 $y = x^3$ и $y = x - 1$; находим
 $x \approx -1,3$;



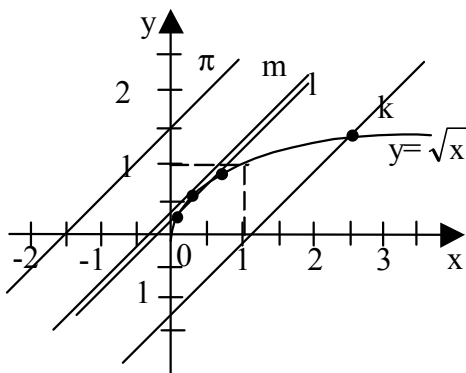
б) $x^3 + 2x - 4 = 0$; $x^3 = -2x + 4$; строим графики
 $y = x^3$ и $y = -2x + 4$; находим
 $x \approx 1,2$;



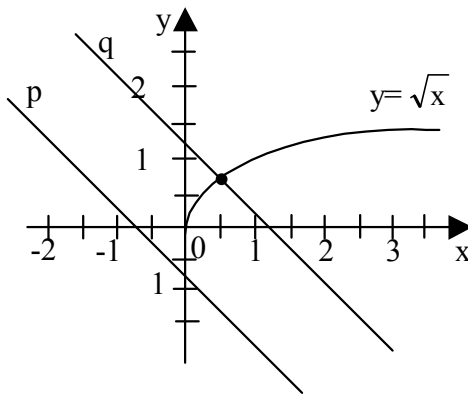
№628.

а) $\sqrt{x} = x + b$; строим графики:

$y = \sqrt{x}$ и $y = x + b$;



б) $\sqrt{x} = -x+b$; строим графики:
 $y = \sqrt{x}$ и $y = -x+b$;



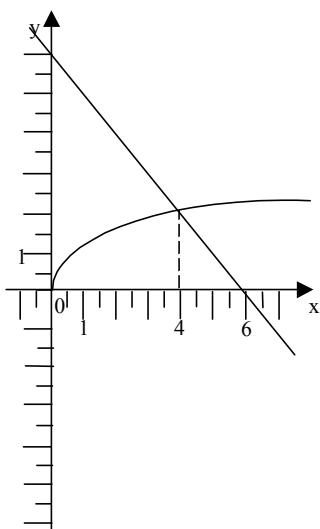
Из рисунков находим ответ:

а) При $b < 0$: у уравнения один корень – прямая k; при $b \geq 0$: у уравнения два корня – прямая l; один корень – прямая m; нет корней – прямая π .

б) При $b < 0$: нет корней – прямая p; при $b \geq 0$: у уравнения один корень – прямая q.

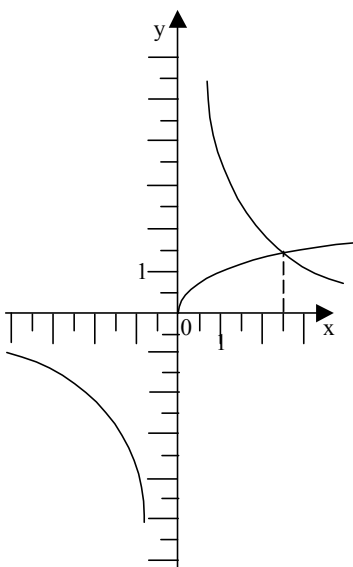
№629.

а) $\sqrt{x} = 6-x$; строим графики:
 $y = \sqrt{x}$ и $y = 6-x$; находим $x \approx 4$;



б) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$; строим графики:

$y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{4}{x}$; находим $x \approx 2,5$;



УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№630.

Обозначим за x км/ч предполагаемую скорость туристов, тогда

$(x+0,5)$ км/ч – фактическая скорость туристов, $\left(\frac{18}{x}\right)$ ч –

предполагаемое время прохождения туристами маршрута, $\left(\frac{18}{x+0,5}\right)$

ч – фактическое время прохождения туристами маршрута. Так как туристы прошли намеченный маршрут на полчаса быстрее, получаем уравнение:

$$\frac{18}{x} - \frac{18}{x+0,5} = \frac{1}{2};$$

$$36(x+0,5) - 36x = x^2 + 0,5x;$$

$$36x + 18 - 36x = x^2 + 0,5x;$$

$$x^2 + 0,5x - 18 = 0;$$

$$2x^2 + x - 36 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-36) = 289;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-1 \pm 17}{4};$$

$$x_1 = \frac{-1 - 17}{4} < 0 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = \frac{-1 + 17}{4} = 4.$$

Ответ: 4 км/ч.

№631.

Обозначим за x га/день количество гектаров, которое засеивала бригада ежедневно, тогда $(x-10)$ га/день – количество гектаров,

которые планировалось засеивать ежедневно, $\left(\frac{120}{x}\right)$ дней –

фактическое время выполнения работы, $\left(\frac{120}{x-10}\right)$ дней –

планируемое время выполнения работы. Составляем уравнение:

$$\frac{120}{x-10} - 2 = \frac{120}{x};$$

$$\begin{aligned}
120x - 2x(x-10) &= 120(x-10); \\
120x - 2x^2 + 20x &= 120x - 1200; \\
-2x^2 + 20x + 1200 &= 0; \\
x^2 - 10x - 600 &= 0; \\
D_1 &= 25 + 600 = 625; \\
x &= 5 \pm \sqrt{625} = 5 \pm 25; \\
x_1 &= 5 + 25 = 30; \\
x_2 &= 5 - 25 = -20 < 0 \text{ (не подходит)}. \\
\text{Ответ: } 30 \text{ га.}
\end{aligned}$$

№632.

$$\begin{aligned}
\text{а) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \\
&= \frac{\sqrt{x}\sqrt{x} - \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{y}\sqrt{y}}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x + y}{x - y}; \\
\text{б) } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \\
&= \frac{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \\
&= \frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{x - y} = \frac{2x + 2y}{x - y}.
\end{aligned}$$

Дополнительные упражнения к главе III

К ПАРАГРАФУ 8

№633.

$$\begin{aligned}
\text{а) } (x-3)(x^2+3x+9) &= x(x-8)(x+9); \\
x^3 - 27 &= x(x^2+9x-8x-72); \\
x^3 - 27 &= x^3 + 9x^2 - 8x^2 - 72x; \\
x^2 - 72x + 27 &= 0 - \text{квадратное уравнение}; \\
\text{б) } (y+7)(y^2-7y+49) - y(y+8)(y-7) &= 0; \\
(y^3 - 343) - y(y^2 - 7y + 8y - 56) &= 0; \\
y^2 - 56y + 343 &= 0 - \text{квадратное уравнение}; \\
\text{в) } (2x-1)(2x+1) + (x-3)^2 &= 17;
\end{aligned}$$

$$4x^2-1+x^2-6x+9-17=0;$$

$$5x^2-6x-9=0 \text{ - квадратное уравнение;}$$

$$\text{г) } (4x+1)^2=2x(x-6)-1=0;$$

$$16x^2+8x+1-2x^2+12x-1=0;$$

$$14x^2+20x=0;$$

$$7x^2+10x=0 \text{ - квадратное уравнение.}$$

№634.

$$\text{а) } y^2-36=0; (y-6)(y+6)=0;$$

$$y_1=6; y_2=-6;$$

$$\text{б) } \frac{1}{3}y^2-\frac{8}{27}=0; 3\left(\frac{1}{3}y^2\right)=3\left(\frac{8}{27}\right); y^2=\frac{8}{9};$$

$$y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{в) } -0,2y^2+45=0; 0,2y^2=45; y^2=\frac{45\cdot 10}{2}=225;$$

$$y_{1,2}=\pm\sqrt{225}=\pm 15;$$

$$\text{г) } -\frac{3}{7}y^2+2\frac{1}{3}=0; \frac{3}{7}y^2=\frac{7}{3}; y^2=\frac{49}{9};$$

$$y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{49}{9}}=\pm\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

№635.

$$\text{а) } 8x^2-3x=0; x(8x-3)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$8x_2=3; x_2=\frac{3}{8}.$$

$$\text{б) } -2x^2+5x=0; x(2x-5)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$2x_2=5; x_2=\frac{5}{2}.$$

$$\text{в) } x^3+x=0; x(x^2+1)=0;$$

$$1) x_1=0;$$

$$2) x_2=x^2+1=0 \text{ - решений не имеет, т.к. } D=-4<0.$$

$$\text{г) } 2x^3-50x=0; 2x(x^2-25)=0$$

$$1) x_1=0;$$

$$2) x=25; x_{2,3}=\pm 5.$$

№636.

а) $(x+2)^2+(x-3)^2=13$; $x^2+4x+4+x^2-6x+9-13=0$;

$2x^2-2x=0$; $x(x-1)=0$;

$x_1=0$; $x_2=1$.

б) $(3x-5)^2-(2x+1)^2=24$;

$9x^2-30x+25-4x^2-4x-1-24=0$; $5x^2-34x=0$;

$x(5x-34)=0$;

1) $x_1=0$;

2) $5x=34$; $x_2=6,8$.

в) $(x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25)$;

$x^3-64+28=x^3-25x^2$; $25x^2-36=0$; $x^2-\frac{36}{25}=0$;

$x^2=\frac{36}{25}$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{36}{25}}$; $x_{1,2}=\pm\frac{6}{5}=\pm1\frac{1}{5}$.

г) $(2x+1)(4x^2-2x+1)-1=1,6x^2(5x-2)$;

$8x^3+1-1=8x^3-3,2x^2$; $3,2x^2=0$; $x=0$.

№637.

а) $x^2=a$;

1) если $a \geq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{a}$;

2) если $a < 0$, то уравнение не имеет корней;

б) $x^2=a^2$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{a^2}=\pm|a|=\pm a$;

в) $x^2+4b=0$; $x^2=-4b$;

1) если $b \leq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{-4b}$;

2) если $b > 0$, то уравнение не имеет корней;

г) $x^2+9b^2=0$; $x^2=-9b^2$. Если $b \neq 0$, то уравнение не имеет корней, так как $x^2 \geq 0$ при всех x , $a-b^2 < 0$. Если $b=0$, то у уравнений один корень $x=0$.

№638.

а) $x^2-16x+48=0$; $x^2-2 \cdot 8x+64-64+48=0$;

$(x-8)^2=16$; $x-8=\pm\sqrt{16}=\pm4$;

1) $x-8=4$; $x_1=12$;

2) $x-8=-4$; $x_2=4$;

б) $x^2+12x+27=0$; $x^2+2 \cdot 6x+36=36-27$;

$$(x+6)^2=0; x+6=\pm\sqrt{9}=\pm 3;$$

$$1) x+6=3; x_1=-3;$$

$$2) x+6=-3; x_2=-9;$$

$$в) x^2+10x-39=0; x^2+2 \cdot 5x+25=25+39;$$

$$(x+5)^2=64; x+5=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x+5=8; x_1=3;$$

$$2) x+5=-8; x_2=-13;$$

$$г) x^2-6x-55=0; x^2-2 \cdot 3x+9=9+55;$$

$$(x-3)^2=64; x-3=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x-3=8; x_1=11;$$

$$2) x-3=-8; x_2=-5;$$

$$д) x^2+7x-18=0; x^2+2 \cdot \frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2=18+\left(\frac{7}{2}\right)^2;$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\frac{121}{4}; x+\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{121}{4}}=\pm\frac{11}{2};$$

$$1) x+\frac{7}{2}=\frac{-11}{2}; x_1=\frac{-11}{2}-\frac{7}{2}; x_1=-9;$$

$$2) x+\frac{7}{2}=\frac{11}{2}; x_2=\frac{11}{2}-\frac{7}{2}=2;$$

$$е) x^2-11x+28=0; x^2-2 \cdot \frac{11}{2}x+\left(\frac{11}{2}\right)^2=\left(\frac{11}{2}\right)^2-28;$$

$$\left(x-\frac{11}{2}\right)^2=\frac{9}{4}; x-\frac{11}{2}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2};$$

$$1) x-\frac{11}{2}=\frac{-3}{2}; x_1=\frac{-3}{2}+\frac{11}{2}; x_1=4;$$

$$2) x-\frac{11}{2}=\frac{3}{2}; x_2=\frac{11}{2}+\frac{3}{2}; x_2=7;$$

$$ж) 2x^2-5x+2=0; x^2-\frac{5}{2}x+1=0;$$

$$x^2-2 \cdot \frac{5}{4}x+\left(\frac{5}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2-1;$$

$$\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}; x-\frac{5}{4}=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4};$$

$$1) x-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}; x=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}; x_1=2;$$

$$2) x - \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}; x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4}; x_2 = \frac{1}{2};$$

$$3) 3x^2 - x - 70 = 0; x^2 - \frac{x}{3} - \frac{70}{3} = 0;$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{x}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{70}{3};$$

$$\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{841}{36}; x - \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{841}{36}};$$

$$1) x - \frac{1}{6} = \frac{-29}{6}; x_1 = \frac{-28}{6} = -4\frac{2}{3};$$

$$2) x - \frac{1}{6} = \frac{29}{6}; x_2 = 5.$$

№639*.

$$a) a^2 + 4a + 11 = (a^2 + 4a + 4) - 4 + 11 = (a + 2)^2 + 7 > 0 \text{ при всех значениях } a;$$

$$б) \frac{x^2 - 2x + 7}{19} = \frac{(x^2 - 2x + 1) + 6}{19} = \frac{(x - 1)^2}{19} > 0 \text{ при всех значениях } x;$$

$$в) m^2 - 4m + 51 = (m^2 - 4m + 4) - 4 + 51 = (m - 2)^2 + 47 > 0 \text{ при всех значениях } m;$$

$$г) \frac{p^2 - 6p + 18}{p^2 + 1} = \frac{p^2 - 6p + 9 + 9}{p^2 + 1} = \frac{(p - 3)^2 + 9}{p^2 + 1} > 0, \text{ т.к. } (p - 3)^2 + 9 > 0 \text{ при}$$

всех значениях p .

№640*.

$$a) x^2 - 8x + 27 = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 27 = (x - 4)^2 + 11;$$

$$(x - 4)^2 \geq 0, \text{ следовательно, } (x - 4)^2 + 11 \geq 11 \text{ и } (x - 4)^2 + 11 = 11 \text{ при } x = 4.$$

$$б) a^2 - 4a + 20 = (a^2 - 4a + 4) + 16 = (a - 2)^2 + 16;$$

$$(a - 2)^2 \geq 0, \text{ следовательно, } (a - 2)^2 + 16 \geq 16 \text{ и } (a - 2)^2 + 16 = 16 \text{ при } a = 2.$$

К ПАРАГРАФУ 9

№641.

$$a) 4x^2 + 7x + 3 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1;$$

$$x = \frac{-7 \pm 1}{8};$$

$$x_1 = \frac{-7+1}{8} = -\frac{3}{4};$$

$$x_2 = \frac{-7-1}{8} = -1;$$

$$б) x^2+x-56=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-56)=1+224=225;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$$x_1 = \frac{-1+15}{2} = 7;$$

$$x_2 = \frac{-1-15}{2} = -8;$$

$$в) x^2-x-56=0;$$

$$D=(-1)^2-4 \cdot 1 \cdot (-56)=1+224=225;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2};$$

$$x_1 = \frac{1+15}{2} = 8;$$

$$x_2 = \frac{1-15}{2} = -7;$$

$$г) 5x^2-18x+16=0;$$

$$D_1=(-9)^2-5 \cdot 16=81-80=1;$$

$$x = \frac{9 \pm 1}{5};$$

$$x_1 = \frac{9-1}{5} = 1\frac{3}{5};$$

$$x_2 = \frac{9+1}{5} = 2;$$

$$д) 8x^2+x-75=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 8 \cdot (-75)=1+2400=2401;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2 \cdot 8} = \frac{-1 \pm 49}{16};$$

$$x_1 = \frac{-1+49}{16} = 3;$$

$$x_2 = \frac{-1-49}{16} = -\frac{50}{16} = -3\frac{1}{8};$$

$$е) 3x^2-11x-14=0;$$

$$D=(-11)^2-4 \cdot 3 \cdot (-14)=121+168=289;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 3} = \frac{11 \pm 17}{6};$$

$$x_1 = \frac{11+17}{6} = \frac{28}{6} = 4\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{11-17}{6} = -1;$$

$$\text{ж) } 3x^2 + 11x - 34 = 0;$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-34) = 121 + 408 = 529;$$

$$x = \frac{-11 \pm 23}{6};$$

$$x_1 = \frac{-11+23}{6} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-11-23}{6} = -\frac{34}{6} = -5\frac{2}{3};$$

$$\text{з) } x^2 - x - 1 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5;$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№642.

$$\text{а) } (5x+3)^2 = 5(x+3); 25x^2 + 30x + 9 = 15 + 5x;$$

$$25x^2 + 25x - 6 = 0;$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-6) = 625 + 600 = 1225;$$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 25} = \frac{-25 \pm 35}{50} = \frac{-5 \pm 7}{10};$$

$$x_1 = \frac{-5+7}{10} = \frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-5-7}{10} = -1\frac{1}{5};$$

$$\text{б) } (3x+10)^2 = 3(x+10); 9x^2 + 60x + 100 = 3x + 30;$$

$$9x^2 + 57x + 70 = 0;$$

$$D = 57^2 - 4 \cdot 9 \cdot 70 = 3249 - 2520 = 729;$$

$$x = \frac{-57 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 9} = \frac{-57 \pm 27}{18} = \frac{-19 \pm 9}{6};$$

$$x_1 = \frac{-19+9}{6} = -1\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{-19-9}{6} = -4\frac{2}{3};$$

$$в) (3x-8)^2 = 3x^2 - 8x; (3x-8)^2 - 3x + 8x = 0;$$

$$(3x-8)^2 - x(3x-8) = 0; (3x-8)(3x-8-x) = 0;$$

$$(3x-8)(2x-8) = 0; 2(3x-8)(x-4) = 0;$$

$$1) 3x-8=0; 3x=8; x_1 = 2\frac{2}{3};$$

$$2) x-4=0; x_2=4;$$

$$г) (4x+5)^2 = 5x^2 + 4x; 16x^2 + 40x + 25 - 5x^2 - 4x = 0;$$

$$11x^2 + 36x + 25 = 0;$$

$$D_1 = 18^2 - 11 \cdot 25 = 324 - 275 = 49;$$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{49}}{11} = \frac{-18 \pm 7}{11};$$

$$x_1 = \frac{-18-7}{11} = \frac{-25}{11} = -2\frac{3}{11};$$

$$x_2 = \frac{-18+7}{11} = -1;$$

$$д) (5x+3)^2 = 5x+3; (5x+3)^2 - (5x+3) = 0;$$

$$(5x+3)(5x+3-1) = 0; (5x+3)(5x+2) = 0;$$

$$1) 5x+3=0; 5x=-3; x_1 = -\frac{3}{5};$$

$$2) 5x+2=0; 5x=-2; x_2 = -\frac{2}{5};$$

$$е) (5x+3)^2 = (3x+5)^2; 25x^2 + 30x + 9 = 9x^2 + 30x + 25;$$

$$16x^2 - 16 = 0; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1$$

$$ж) (4x+5)^2 = 4(x+5)^2; 16x^2 + 40x + 25 = 4(x^2 + 10x + 25);$$

$$16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 12x^2 - 75 = 0;$$

$$4x^2 - 25 = 0; (2x-5)(2x+5) = 0;$$

$$1) 2x-5=0; 2x=5; x_1 = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$2) 2x+5=0; 2x=-5; x_2 = -\frac{5}{2} = -2,5;$$

$$з) (2x+10)^2 = 4(x+5)^2; 4x^2 + 40x + 100 - 4(x^2 + 10x + 25) = 0;$$

$$4x^2 + 40x + 100 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 0 = 0;$$

x – любое действительное число.

№643.

$$а) x^2 - 2x - 5 = 0;$$

$$D=(-1)^2-1 \cdot (-5)=6;$$

$$x_{1,2}=1 \pm \sqrt{6};$$

Произведем проверку:

$$(1+\sqrt{6})^2-2(1+\sqrt{6})-5=1+2\sqrt{6}+6-2-2\sqrt{6}-5=7-7=0;$$

$$(1+\sqrt{6})^2-2(1+\sqrt{6})-5=1-2\sqrt{6}+6-2+2\sqrt{6}-5=7-7=0;$$

$$б) x^2+4x+1=0;$$

$$D_1=2^2-1 \cdot 1=3;$$

$$x_{1,2}=-2 \pm \sqrt{3};$$

Произведем проверку:

$$(-2+\sqrt{3})^2+4(-2+\sqrt{3})+1=4-4\sqrt{3}+3-8+4\sqrt{3}+1=8-8=0;$$

$$(-2-\sqrt{3})^2+4(-2-\sqrt{3})+1=4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+1=0;$$

$$в) 3y^2-4y-2=0;$$

$$D_1=(-2)^2-3 \cdot (-2)=10;$$

$$y_{1,2}=\frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}.$$

Произведем проверку:

$$3\left(\frac{2+\sqrt{10}}{3}\right)^2-4\frac{2+\sqrt{10}}{3}-2=3\frac{4+4\sqrt{10}+10}{9}-\frac{8+4\sqrt{10}}{3}-2=$$

$$=\frac{14}{3}+\frac{4\sqrt{10}}{3}-\frac{8}{3}-\frac{4\sqrt{10}}{3}-2=0;$$

$$3\left(\frac{2-\sqrt{10}}{3}\right)^2-4\frac{2-\sqrt{10}}{3}-2=3\frac{4-4\sqrt{10}+10}{9}-\frac{8-4\sqrt{10}}{3}-2=$$

$$=\frac{14-4\sqrt{10}}{3}-\frac{8-4\sqrt{10}}{3}-2=\frac{14}{3}-\frac{4\sqrt{10}}{3}-\frac{8}{3}+\frac{4\sqrt{10}}{3}-2=\frac{14}{3}-\frac{8}{3}-\frac{6}{3}=0.$$

$$г) 5y^2-7y+1=0;$$

$$D=(-7)^2-4 \cdot 5 \cdot 1=29;$$

$$y_{1,2}=\frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}.$$

Произведем проверку:

$$5\left(\frac{7+\sqrt{29}}{10}\right)^2-7\frac{7+\sqrt{29}}{10}+1=$$

$$5\frac{49+14\sqrt{29}+29}{100}-\frac{49+7\sqrt{29}}{10}+1=$$

$$= \frac{78+14\sqrt{29}}{20} - \frac{49+7\sqrt{29}}{10} + 1 = \frac{39+7\sqrt{29}}{10} - \frac{49+7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0;$$

$$\begin{aligned} & 5 \left(\frac{7-\sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7-\sqrt{29}}{10} + 1 = 5 \frac{49-14\sqrt{29}+29}{100} - \frac{49-7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ & = \frac{39-7\sqrt{29}}{10} - \frac{49-7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0. \end{aligned}$$

д) $2y^2+11y+10=0$;

$D=11^2-4 \cdot 2 \cdot 10=121-80=41$;

$$y_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} & 2 \left(\frac{-11+\sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11+\sqrt{41}}{4} + 10 = \\ & = \frac{162-22\sqrt{41}}{8} + \frac{11\sqrt{41}-121}{4} + 10 = \frac{81-11\sqrt{41}}{4} + \frac{11\sqrt{41}-121}{4} + 10 = \\ & = \frac{81}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \left(\frac{-11-\sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11-\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{162+22\sqrt{41}}{8} - \frac{121+11\sqrt{41}}{4} + 10 = \\ & = \frac{81+11\sqrt{41}}{4} - \frac{121+11\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{81}{4} + \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{121}{4} + 10 = \\ & = -10 + 10 = 0; \end{aligned}$$

е) $4x^2-9x-2=0$;

$D=(-9)^2-4 \cdot 4 \cdot (-2)=81+32=113$;

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{8}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} & 4 \left(\frac{9+\sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9+\sqrt{113}}{8} - 2 = \\ & = 4 \frac{81+18\sqrt{113}+113}{64} - \frac{81+9\sqrt{113}}{8} - 2 = \\ & = \frac{97+9\sqrt{113}}{8} - \frac{81+9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 4 \left(\frac{9 - \sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9 - \sqrt{113}}{8} - 2 = \\
& = 4 \frac{81 - 18\sqrt{113} + 113}{64} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \\
& = \frac{97 - 9\sqrt{113}}{8} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0.
\end{aligned}$$

№644.

a) $x^2 - 2x - 2 = 0$;

$D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-2) = 1 + 2 = 3$;

$x = 1 \pm \sqrt{3} \approx 1 \pm 1,73$;

$x_1 \approx 1 + 1,73 = 2,73$;

$x_2 \approx 1 - 1,73 = -0,73$;

б) $x^2 + 5x + 3 = 0$;

$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 25 - 12 = 13$;

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \approx \frac{-5 \pm 3,61}{2}$;

$x_1 \approx \frac{-5 + 3,61}{2} = -\frac{1,39}{2} = -0,695 \approx -0,70$;

$x_2 \approx \frac{-5 - 3,61}{2} = \frac{-8,61}{2} = -4,305 \approx -4,30$;

в) $3x^2 - 7x + 3 = 0$;

$D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13$;

$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{3 \cdot 2} \approx \frac{7 \pm 3,61}{6}$;

$x_1 \approx \frac{7 - 3,61}{6} = \frac{3,39}{6} \approx 0,57$;

$x_2 \approx \frac{7 + 3,61}{6} = \frac{10,61}{6} \approx 1,77$;

г) $5x^2 + 31x + 20 = 0$;

$D = 31^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 961 - 400 = 561$;

$x = \frac{-31 \pm \sqrt{561}}{5 \cdot 2} \approx \frac{-31 \pm 23,69}{10}$;

$x_1 \approx \frac{-31 + 23,69}{10} = -\frac{7,31}{10} \approx -0,73$;

$$x_2 \approx \frac{-31 - 23,69}{10} = -\frac{54,69}{10} \approx -5,47.$$

№645.

Один из корней уравнения равен 1 по условию задачи.

$$ax^2 - 3x - 5 = 0; \quad \frac{ax^2}{a} - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0; \quad x^2 - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0.$$

Обозначим за x_2 – корень уравнения, который может быть не равным 1.

Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 + x_2 = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 - \frac{5}{a} = \frac{3}{a}; \end{cases}$$

$$\frac{a-5}{a} = \frac{3}{a}; \quad \frac{a-5-3}{a} = 0; \quad a-8=0; \quad a=8.$$

Ответ: 8.

№646*.

$$ax^2 - (a+c)x + x = 0;$$

$$D = (a+c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a-c)^2;$$

$$x = \frac{a+c \pm \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac}}{2a} = \frac{a+c \pm |a-c|}{2a} = \frac{a+c \pm (a-c)}{2a};$$

$$x_1 = \frac{a+c+a-c}{2a} = 1.$$

Таким образом, один из корней уравнения равен 1, что и требовалось доказать.

№647*.

$$cx^2 + bx + a = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c};$$

$$ax^2 + bx + c = 0;$$

$$D = (-b)^2 - 4ac = b^2 - 4ac;$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = \frac{\left(-b + \sqrt{b^2 - 4ac} \right) \left(-b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{-2c \left(b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)} =$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{-2c \left(b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)} = -\frac{4ac}{2c \left(b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)} =$$

$$= -\frac{2a}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}, \text{ т.е. соответствующие корни первого и второго}$$

уравнений взаимно обратны, ч.т.д. Для Другой пары корней доказательство проводится аналогичным образом.

№648.

$$a) a^2 + 7a + 6 = a + 1$$

$$a^2 + 6a + 5 = 0;$$

$$D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4;$$

$$a = -3 \pm \sqrt{4} = -3 \pm 2;$$

$$a_1 = -3 + 2 = -1;$$

$$a_2 = -3 - 2 = -5;$$

$$б) 3x^2 - x + 1 = 2x^2 + 5x - 4;$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0;$$

$$D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 4;$$

$$x = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2;$$

$$x_1 = 3 + 2 = 5;$$

$$x_2 = 3 - 2 = 1.$$

№649.

Обозначим за n – первое число, $(n+1)$ – второе число, $(n+2)$ – третье число, $(n+3)$ – четвертое число, $(n+4)$ – пятое число. По условию задачи составим уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = (n+3)^2 + (n+4)^2;$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = n^2 + 6n + 9 + n^2 + 8n + 16;$$

$$3n^2 + 6n + 5 = 2n^2 + 14n + 25;$$

$$3n^2 + 6n + 5 - 2n^2 - 14n - 25 = 0;$$

$$n^2 - 8n - 20 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-20) = 16 + 20 = 36;$$

$$n = 4 \pm \sqrt{36} = 4 \pm 6;$$

$$n_1 = 10;$$

$$n_2 = -2;$$

$$1) \text{ если } n = 10: n+1=11; n+2=12; n+3=13; n+4=14;$$

$$2) \text{ если } n = -2: n+1=-1; n+2=0; n+3=1; n+4=2.$$

Ответ: 10, 11, 12, 13, 14 или -2, -1, 0, 1, 2.

№650.

Обозначим за $2n$ – первое четное число, $(2n+2)$ – второе четное число, $(2n+4)$ – третье четное число. По условию задачи составим уравнение:

$$(2n)^2 + (2n+2)^2 = (2n+4)^2;$$

$$4n^2 + 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 - 16n - 16 = 0;$$

$$3n^2 - 8n - 12 = 0;$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0;$$

$$D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-3) = 4;$$

$$n = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2;$$

$$n_1 = 3;$$

$$n_2 = -1;$$

$$1) \text{ если } n = 3: 2n = 2 \cdot 3 = 6; 2n+2 = 8; 2n+4 = 10;$$

$$2) \text{ если } n = -1: 2n = 2 \cdot (-1) = -2; 2n+2 = 0; 2n+4 = 2.$$

Ответ: 6, 8, 10 или -2, 0, 2.

№651.

Обозначим ширину прямоугольника за x м, тогда длина прямоугольника равна $(x+5)$ м. Площадь прямоугольника $S = 1800 \text{ м}^2$.

Составляем уравнение:

$$x(x+5) = 1800;$$

$$x^2 + 5x - 1800 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1800) = 25 + 7200 = 7225;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5 + 85}{2} = 40;$$

$$x_2 = \frac{-5 - 85}{2} = -45 \text{ не подходит по смыслу; } x+5=45.$$

Ответ: ширина площадки 40 м, длина 45 м.

№652.

Обозначим за n – первое натуральное число, а $(n+1)$ – второе натуральное число. Тогда составляем уравнение:

$$(2n+1)^2 - 112 = n^2 + (n+1)^2;$$

$$4n^2 + 4n + 1 - 112 = n^2 + n^2 + 2n + 1;$$

$$4n^2 + 4n - 111 - 2n^2 - 2n - 1 = 0;$$

$$2n^2 + 2n - 112 = 0;$$

$$2(n^2 + n - 56) = 0;$$

$$n^2 + n - 56 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225;$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$$1) n_1 = \frac{-1 + 15}{2} = 7 \text{ и } n+1=8.$$

$$2) n_2 = \frac{-1 - 15}{2} = -8 \text{ (не подходит по условию задачи);}$$

Ответ: 7 и 8.

№653.

Обозначим за b - ширину прямоугольника, т.е. сторону первого квадрата, тогда a - длина прямоугольника, т.е. сторона второго квадрата. По условию задачи сумма площадей квадратов равна: $S_1 + S_2 = 116 \text{ см}^2$, периметр прямоугольника $P = 28 \text{ см}$. Имеем:

$$P = 2(a+b);$$

$$S_1 = a^2; S_2 = b^2;$$

$$28 = 2(a+b); 14 = a+b; a = 14-b;$$

$$a^2 + b^2 = 116; (14-b)^2 + b^2 = 116;$$

$$196 - 28b + b^2 + b^2 = 116; 2b^2 - 28b + 80 = 0;$$

$$b^2 - 14b + 40 = 0;$$

$$b_1 = 10; b_2 = 4;$$

$$a_1 = 14 - b_1 = 4; a_2 = 14 - b_2 = 10.$$

Ответ: стороны прямоугольника 10 см и 4 см.

№654.

Обозначим за ℓ см – искомую ширину рамки, тогда длина и ширина листа соответственно равны $(12+2\ell)$ см и $(18+2\ell)$ см.

Фотокарточка вместе с рамкой по условию задачи занимает площадь 280 см^2 . Составляем уравнение:

$$(12+2\ell)(18+2\ell)=280;$$

$$2 \cdot 2(6+\ell)(9+\ell)=280;$$

$$(6+\ell)(9+\ell)=70; 54+6\ell+9\ell+\ell^2=70;$$

$$\ell^2+15\ell+54-70=0; \ell^2+15\ell-16=0;$$

$$\ell_1=1; \ell_2=-16<0 \text{ (не подходит по смыслу задачи).}$$

Ответ: 1 см.

№655*.

Обозначим за n – число команд. Тогда $(n-1)$ – количество матчей, сыгранных каждой командой, а всего сыграно $\frac{n(n-1)}{2}$ матчей,

$$\text{откуда } \frac{n(n-1)}{2}=36; n^2-n-72=0.$$

По теореме Виета находим корни уравнения: $n_1=-8$ (не подходит по смыслу задачи), $n_2=9$.

Ответ: 9 команд.

№656*.

Обозначим за N – число участников, каждый участник сыграл $(N-1)$ партию, а всего сыграно $\frac{N(N-1)}{2}=45$ партий. Значит, $N(N-1)=90$,

откуда: $N_1=10$; $N_2=-9$ (не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 10 шахматистов.

№657*.

Обозначим за a и b длину и ширину ящика соответственно. Площадь боковых стенок $0,5(2a+ab)=(a+b) \text{ м}^2$; площадь дна $(ab) \text{ м}^2$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} ab+1,08=a+b, \\ a=2b; \end{cases}$$

$$2b^2+1,08=3b; 2b^2-3b+1,08=0;$$

$$D=3^2-4 \cdot 2 \cdot 1,08=0,36;$$

$$b=\frac{3 \pm \sqrt{0,36}}{4} = \frac{3 \pm 0,6}{4};$$

$$b_1 = \frac{3+0,6}{4} = 0,9;$$

$$b_2 = \frac{3-0,6}{4} = 0,6;$$

$$b_1=0,9, a_1=1,8, V_1=a_1 \cdot b_2 \cdot 0,5=0,81(\text{м}^2);$$

$$b_2=0,6, a_2=1,2, V_2=a_2 \cdot b_2 \cdot 0,5=0,36(\text{м}^2).$$

Ответ: $0,81 \text{ м}^2$ или $0,36 \text{ м}^2$.

№658*.

Обозначим за a и b - длину и ширину листа соответственно, где $a=1,5b$. Так как сторона вырезанного квадрата равна 8 см, то объем получаемой коробки равен: $8(a-16)(b-16)=8(1,5b-16)(b-16) \text{ см}^3$.

Составляем уравнение:

$$8(1,5b-16)(b-16)=6080;$$

$$3b^2-80b-1008=0;$$

$$D_1=(-40)^2-3 \cdot (-1008)=1600+3024=4624;$$

$$b = \frac{40 \pm \sqrt{4624}}{3} = \frac{40 \pm 68}{3};$$

$$b_1 = \frac{40-68}{3} = -\frac{28}{3} \text{ (не подходит);}$$

$$b_2 = \frac{40+68}{3} = 36;$$

$$a=1,5 \cdot 36=54.$$

Ответ: 36 см – ширина листа, 54 см – длина листа.

№659.

$$a) x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0;$$

$$D = (-5\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 2;$$

$$x = \frac{5\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2};$$

$$x_1 = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2};$$

$$x_2 = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2};$$

Произведем проверку:

$$1) x_1 + x_2 = 5\sqrt{2}; 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2};$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = 12; 3 \sqrt{2} \cdot 2 \sqrt{2} = 6 (\sqrt{2})^2 = 12.$$

$$б) x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0;$$

$$D_1 = (\sqrt{3})^2 - 1 \cdot (-72) = 75;$$

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{75} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{3 \cdot 25} = -\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3};$$

$$x_1 = -\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3};$$

$$x_2 = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -6\sqrt{3}.$$

Произведем проверку:

$$1) x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}; -6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3};$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = -72; (-6\sqrt{3}) \cdot 4\sqrt{3} = -24 (\sqrt{3})^2 = -72.$$

$$в) y^2 - 6y + 7 = 0;$$

$$D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 7 = 2;$$

$$y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

Произведем проверку:

$$1) y_1 + y_2 = 6; 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6;$$

$$2) y_1 \cdot y_2 = 7; (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - (\sqrt{2})^2 = 7.$$

$$г) p^2 - 10p + 7 = 0;$$

$$D_1 = (-5)^2 - 1 \cdot 7 = 18;$$

$$p_{1,2} = 5 \pm \sqrt{18} = 5 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 5 \pm 3\sqrt{2}.$$

Произведем проверку:

$$1) p_1 + p_2 = 10; 5 + 3\sqrt{2} + 5 - 3\sqrt{2} = 10.$$

$$2) p_1 \cdot p_2 = 7; (5 + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 3\sqrt{2}) = 25 - 9(\sqrt{2})^2 = 25 - 18 = 7.$$

№660*.

$$а) 2x^2 + bx - 10 = 0;$$

$$x_1 = 5;$$

$$x^2 + \frac{b}{2}x - 5 = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -5;$$

$$x_2 = -1; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = 4 = -\frac{b}{2}; b = -8;$$

$$б) 3x^2 + bx + 24 = 0;$$

$$x_1 = 3;$$

$$x^2 + \frac{b}{3}x + 8 = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 8;$$

$$x_2 = -\frac{8}{3}; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{3} = 3 + \frac{8}{3}; -\frac{b}{3} = \frac{17}{3}; b = -17;$$

$$\text{в) } (b-1)x^2 - (b+1)x = 72;$$

$$x_1 = 3;$$

$$x^2 - \frac{b+1}{b-1}x - \frac{72}{b-1} = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{72}{b-1};$$

$$x_2 = -\frac{24}{b-1}; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{b+1}{b-1} = 3 - \frac{24}{b-1};$$

$$3b - 3 - 24 = b + 1; b = 14;$$

$$x_2 = -\frac{24}{13};$$

$$\text{г) } (b-5)x^2 - (b-2)x + b = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{2};$$

$$x^2 - \frac{b-2}{b-5}x + \frac{b}{b-5} = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{b-5};$$

$$x_2 = \frac{2b}{b-5}; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{b-2}{b-5} = \frac{1}{2} + \frac{2b}{b-5};$$

$$b - 5 + 4b = 2b - 4; b = \frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - 5} = -\frac{1}{7}.$$

№661*.

$D=b^2-4 \cdot 7 \cdot (-23)=b^2+644>0$ при всех b , поэтому данное уравнение имеет 2 корня при любых значениях b ; и так как произведение корней равно $-\frac{23}{7}<0$ (по теореме Виета), то знаки этих корней противоположны.

№662*.

Если x_1 – корень уравнения, тогда должно выполняться равенство $12x_1^2+70x_1+a^2+1=0$, а это невозможно, поскольку при $x_1>0$ его левая часть положительна. Следовательно, данное уравнение не имеет положительных корней.

№ 663.

$3x^2+bx+10=0$; по теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, \quad x_1+x_2 = -\frac{b}{3}; \quad \text{по условию, } x_1-x_2=4 \quad \frac{1}{3} = \frac{13}{3}.$$

$$x_1=x_2+\frac{13}{3}; \quad 2x_2+\frac{13}{3} = -\frac{b}{3};$$

$$x_2 = -\frac{b+13}{6};$$

$$x_1 = \frac{13}{3} - \frac{b+13}{6} = \frac{26-b-13}{6} = \frac{13-b}{6};$$

$$-\frac{(13-b)(13+b)}{36} = \frac{10}{3};$$

$$b^2-169=120;$$

$$b^2=289;$$

$$b^2=\pm 17.$$

№664.

$5x^2-12x+c=0$; по условию задачи: $x_1=3x_2$;
по теореме Виета:

$$x_1+x_2 = \frac{12}{5}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{5};$$

$$3x_2 + x_2 = \frac{12}{5}; x_2 = \frac{3}{5}; x_1 = \frac{9}{5}; \frac{c}{5} = x_1 x_2; \frac{c}{5} = \frac{27}{25}; c = \frac{27}{5}.$$

Ответ: $\frac{27}{5}$.

№665*.

$4x^2 + bx - 27 = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{27}{4};$$

по условию задачи: $\frac{x_1}{x_2} = -3; x_1 = -3x_2; -3x_2^2 = -\frac{27}{4};$

$$x_2^2 = \frac{9}{4};$$

$$1) x_2 = \frac{3}{2}; x_1 = -\frac{9}{2};$$

$$2) x_2 = -\frac{3}{2}; x_1 = \frac{9}{2};$$

$$b = -4(x_1 + x_2); b_1 = -4\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{2}\right) = 12; b_2 = -4\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right) = -12.$$

Ответ: $b = 12$ или $b = -12$.

№666*.

$5x^2 + 13x - 6 = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -\frac{13}{5}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{6}{5};$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{169}{25} + \frac{12}{5} = \frac{169 + 60}{25} = \frac{229}{25} = \frac{916}{100} = 9,16$$

Ответ: 9,16.

№667*.

$2x^2 - 5x + c = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2};$$

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = \frac{5}{2}(x_1 - x_2) = 0,25; x_1 - x_2 = 0,1;$$

$$2x_1 = 2,6; x_1 = 1,3; x_2 = 1,2;$$

$$c=2x_1x_2=2 \cdot 1,3 \cdot 1,2=3,12.$$

Ответ: 3,12.

№668*.

$$4x^2+bx+c=0; \text{ по условию: } x_1=0,5, x_2=c;$$

по теореме Виета:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2=\frac{c}{4};$$

$$4x_1x_2=c; 2c=c; c=0;$$

$$4x^2+bx=0; x(4x+b)=0; x_1=0; x_2=0,5;$$

$$4x_2+b=0; 2+b=0; b=-2.$$

Ответ: $b=-2, c=0$.

№669*.

По теореме Виета

$$x_1+x_2=-b, x_1 \cdot x_2=c;$$

по условию:

$$x_1=b, x_2=c, \text{ откуда:}$$

$$bc=c; bc-c=0;$$

$$c(b-1)=0; c \neq 0, b=1; b+c=-b; 1+c=-1; c=-2.$$

Ответ: $b=1, c=-2$

№670*.

Пусть x_1 и x_2 – корни данного уравнения. По теореме Виета получаем:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q.$$

№671*.

По теореме Виета

$$x_1+x_2=-\frac{2}{3}, x_1 \cdot x_2=\frac{k}{3};$$

по условию задачи:

$$x_2=-\frac{2}{3}x_1.$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}, \\ x_2 = -\frac{2}{3}x_1; \end{cases} \quad x_1 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}; \quad \frac{x_1}{3} = -\frac{2}{3};$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = \frac{4}{3}; \quad k = 3x_1x_2 = 3 \cdot (-2) \cdot \frac{4}{3} = (-2) \cdot 4 = -8.$$

Ответ: -8.

№672*.

По теореме Виета

$$x_1 + x_2 = 8, \quad x_1 \cdot x_2 = k;$$

по условию задачи:

$$3x_1 + 4x_2 = 29;$$

$$24 - 3x_2 + 4x_2 = 29; \quad x_2 = 5, \text{ следовательно, } x_1 = 3; \quad k = x_1 \cdot x_2 = 15.$$

Ответ: 15.

К ПАРАГРАФУ 10

№673.

$$a) \quad \frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4; \quad \frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} - 4 = 0;$$

$$\frac{(x+1)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0;$$

$$(x-1)(x+1) + 120 - 24x + 24 = 0; \quad x^2 - 24x + 143 = 0;$$

$$D_1 = (-12)^2 - 1 \cdot 143 = 1;$$

$$x = 12 \pm \sqrt{1} = 12 \pm 1;$$

$$x_1 = 12 - 1 = 11;$$

$$x_2 = 12 + 1 = 13;$$

$$b) \quad \frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} = 2; \quad \frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} - 2 = 0;$$

$$\frac{(x+1)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0;$$

$$(x+2)(x+15) - 4 \cdot 21 - 8(x+2) = 0;$$

$$x^2 + 9x - 70 = 0;$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 81 + 280 = 361;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-9 \pm 19}{2};$$

$$x_1 = \frac{-9+19}{2} = 5;$$

$$x_2 = \frac{-9-19}{2} = -14;$$

$$в) \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1; \quad \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} - 1 = 0;$$

$$12(x+1)-8(x-1)-(x-1)(x+1)=0;$$

$$12x+12-8x+8-x^2+1=0; x^2-4x-21=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-21)=4+21=25;$$

$$x=2 \pm \sqrt{25} = 2 \pm 5;$$

$$x_1=2-5=-3;$$

$$x_2=2+5=7;$$

$$г) \frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} = 3; \quad \frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} - 3 = 0;$$

$$16(1-x)+30(x-3)-3(x-3)(1-x)=0;$$

$$16+14x-90-3x+3x^2+9-9x=0;$$

$$3x^2+2x-65=0;$$

$$D_1=1^2-3 \cdot (-65)=1+195=196;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{196}}{3} = \frac{-1 \pm 14}{3};$$

$$x_1 = \frac{-1+14}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{-1-14}{3} = -5;$$

$$д) \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{28}{1-x^2};$$

$$\frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} - \frac{28}{(1-x)(1+x)} = 0;$$

$$3(1+x)+1-x-28=0;$$

$$2(x-12)=0;$$

$$x=12;$$

$$е) \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}; \quad \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} - \frac{20}{x^2-4} = 0;$$

$$5(x+2)-3(x-2)-20=0;$$

$$2x-4=0;$$

$$x-2=0; x=2 \text{ не подходит, так как при } x=2 \text{ обращается в ноль}$$

знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет

корней;

$$\text{ж)} \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} = \frac{29}{(x+1)(x-2)};$$

$$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} - \frac{29}{(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$(x-2)(x+2) + (x+1)(x+3) - 29 = 0;$$

$$x^2 - 4 + x^2 + 3x + x + 3 - 29 = 0;$$

$$2(x^2 + 2x - 15) = 0; x^2 + 2x - 15 = 0;$$

$$D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-15) = 16;$$

$$x = -1 \pm \sqrt{16} = -1 \pm 4;$$

$$x_1 = -1 + 4 = 3;$$

$$x_2 = -1 - 4 = -5;$$

$$\text{з)} \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{(x+3)(x-1)};$$

$$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{(x+3)(x-1)} = 0;$$

$$(x-1)(x+2) - (x+1)(x+3) - 4 = 0;$$

$-3(x+3) = 0$; $x = -3$ не подходит, так как при $x = -3$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней.

№674*.

$$\text{а)} y = \frac{2x-5}{x+3} = 0; 2x-5=0; 2x=5;$$

$$x = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Искомая точка – (2,5;0).

$$\text{б)} y = \frac{(x-4)(3x-15)}{x-9} = 0;$$

$$(3x-15)(x-4) = 0;$$

$$1) 3(x-5) = 0; x-5=0; x_1=5;$$

$$2) x-4=0; x_2=4.$$

Искомые точки – (5;0) и (4;0).

$$\text{в)} y = \frac{x^2-5x+6}{x-2} = 0;$$

$$x-5x+6=0; (x-2)(x-3)=0;$$

$x_1=3$; $x_2=2$ не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомая точка – (3;0);

$$г) y = \frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x - 3} = 0;$$

$$x - 7x + 12x = 0; x(x - 7x + 12) = 0;$$

$$1) x1 = 0;$$

$$2) x - 7x + 12 = 0; (x - 4)(x - 3) = 0;$$

$x1 = 4; x2 = 3$ не подходит, так как при $x = 3$ обращается в ноль знаменатель дроби, искомые точки – $(0; 0)$ и $(4; 0)$.

№675.

$$а) y = \frac{5x - 7}{x^2 + 1};$$

$$1) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = -6; \frac{5x - 7}{x^2 + 1} + 6 = 0;$$

$$5x - 7 + 6x^2 + 6 = 0; 6x^2 + 5x - 1 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25 + 24 = 49;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 7}{12};$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{12} = \frac{1}{6};$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{12} = -1;$$

$$2) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = 0; 5x - 7 = 0; x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5};$$

$$3) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = 0,8; \frac{5x - 7}{x^2 + 1} - \frac{4}{5} = 0; 5(5x - 7) - 4(x^2 + 1) = 0;$$

$$4x^2 - 25x + 39 = 0;$$

$$D = (-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 39 = 625 - 624 = 1;$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm 1}{8};$$

$$x_1 = \frac{25 - 1}{8} = \frac{24}{8} = 3;$$

$$x_2 = \frac{25 + 1}{8} = \frac{26}{8} = 3\frac{1}{4};$$

$$4) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = 0,56; \frac{5x - 7}{x^2 + 1} - \frac{14}{25} = 0;$$

$$25(5x - 7) - 14(x^2 + 1) = 0;$$

$$-14x^2 + 125x - 189 = 0;$$

$$14x^2 - 125x + 189 = 0;$$

$$D=125^2-4 \cdot 14 \cdot 189=12625-10584=5041;$$

$$x=\frac{125 \pm \sqrt{5041}}{2 \cdot 14} = \frac{125 \pm 71}{28};$$

$$x_1=\frac{125+71}{28}=\frac{196}{28}=7;$$

$$x_2=\frac{125-71}{28}=\frac{27}{14}=1\frac{13}{14};$$

$$6) y=\frac{x^2-2x+6}{x+4};$$

$$1) \frac{x^2-2x+6}{x+4}=1,5; \frac{x^2-2x+6}{x+4}-\frac{3}{2}=0;$$

$$2x^2-4x+12-3(x+4)=0;$$

$$2x^2-7x=0; x(2x-7)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$x_2=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2};$$

$$2) \frac{x^2-2x+6}{x+4}=3; \frac{x^2-2x+6}{x+4}-3=0;$$

$$x^2-2x+6-3(x+4)=0; x^2-5x-6=0;$$

$$(x+1)(x-6)=0;$$

$$x_1=-1;$$

$$x_2=6;$$

$$3) \frac{x^2-2x+6}{x+4}=7; \frac{x^2-2x+6}{x+4}-7=0;$$

$$x^2-2x+6-7x-28=0; x^2-9x-22=0;$$

$$D=(-9)^2-4 \cdot 1 \cdot (-22)=81+88=169;$$

$$x=\frac{9 \pm \sqrt{169}}{2}=\frac{9 \pm 13}{2};$$

$$x_1=\frac{9+13}{2}=11;$$

$$x_2=\frac{9-13}{2}=-2.$$

№676.

$$a) 2x+3=\frac{34}{x-5};$$

$$(2x+3)(x-5)-34=0;$$

$$2x(x-5)+3(x-5)-34=0;$$

$$2x^2-7x-49=0;$$

$$D=(-7)^2-4 \cdot 2 \cdot (-49)=49+392=441;$$

$$x=\frac{7 \pm \sqrt{441}}{4}=\frac{7 \pm 21}{4};$$

$$x_1=\frac{7+21}{4}=7; y_1=2 \cdot 7+3=17;$$

$$x_2=\frac{7-21}{4}=-\frac{14}{4}=-3\frac{1}{2}; y_2=2 \cdot (-3,5)+3=-4.$$

Искомые точки пересечения: (7;17) и (-3,5;-4).

$$\text{б) } \frac{x^2-5x}{x+3}=2x; \frac{x^2-5x}{x+3}-2x=0; x^2-5x-2x^2-6x=0;$$

$$x^2+11x=0; x(x+11)=0;$$

$$x_1=0; y_1=0;$$

$$x_2=-11; y_2=2 \cdot (-11)=-22.$$

Искомые точки пересечения: (0;0) и (-11;-22).

№677*.

$$\text{а) } \frac{2x+1}{2x-1}-\frac{3(2x-1)}{7(2x+1)}+\frac{8}{1-4x^2}=0;$$

$$\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{3(2x-1)}{7(2x+1)}+\frac{8}{(1-2x)(1+2x)}=0;$$

$$7(2x+1)^2-3(2x-1)^2-56=0;$$

$$7(4x^2+4x+1)-3(2x-1)^2-56=0;$$

$$7(4x^2+4x+1)-3(4x^2-4x+1)-56=0;$$

$$16x^2+40x-52=0; 4x^2+10x-13=0;$$

$$D_1=5^2-4 \cdot (-13)=77;$$

$$x_{1,2}=\frac{-5 \pm \sqrt{77}}{4};$$

$$\text{б) } \frac{y}{y^2-9}-\frac{1}{y^2+3y}+\frac{3}{6y+2y^2}=0;$$

$$\frac{y}{(y-3)(y+3)}-\frac{1}{y(y+3)}+\frac{3}{2y(3+y)}=0;$$

$$2y^2-2(y-3)+3(y-3)=0;$$

$$2y^2+y-3=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 2 \cdot (-3)=25;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4};$$

$$y_1 = \frac{-1+5}{4} = 1;$$

$$y_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{6}{4} = -1\frac{1}{2};$$

$$в) \frac{2y-1}{14y^2+7y} + \frac{8}{12y^2-3} = \frac{2y+1}{6y^2-3y};$$

$$\frac{2y-1}{7y(2y+1)} + \frac{8}{3(4y^2-1)} - \frac{2y+1}{3y(y-1)} = 0;$$

$$\frac{3(2y-1)^2 + 56y - 7(2y+1)^2}{3 \cdot 7y(4y^2-1)} = 0;$$

$$3(4y^2-4y+1) + 56y - 7(4y^2+4y+1) = 0;$$

$$12y^2 - 12y + 3 + 56y - 28y^2 - 28y - 7 = 0;$$

$$16y^2 - 16y + 4 = 0;$$

$$4y^2 - 4y + 1 = 0; (2y-1)^2 = 0;$$

$$2y=1; y=\frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y=\frac{1}{2} \text{ общий знаменатель}$$

дробей обращается в ноль, значит, корней нет.

$$г) \frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{9-6x+x^2} = \frac{3}{2x^2+6x};$$

$$\frac{3}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{(3-x)^2} - \frac{3}{2x(x+3x)} = 0;$$

$$\frac{3 \cdot 2x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x-3)^2}{2x(x-3)^2(x+3)} = 0;$$

$$6x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x^2-6x+9) = 0;$$

$$6x^2 - 18x - 2x^2 - 6x - 3x^2 + 18x - 27 = 0;$$

$$6x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 6x - 27 = 0;$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0;$$

$$D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot (-27) = 36;$$

$$x = 3 \pm \sqrt{36} = 3 \pm 6;$$

$$x_1 = 3+6=9;$$

$x_2 = 3-6=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=9$;

$$д) \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4};$$

$$\frac{9x+12}{(x-4)(x^2+4x+16)} - \frac{1}{x^2+4x+16} - \frac{1}{x-4} = 0;$$

$$9x+12-x+4-x^2-4x-16=0;$$

$$-x^2+4x+12+4-16=0;$$

$$x^2-4x=0; x(x-4)=0;$$

$$x_1=0;$$

$x_2=4$ не подходит, так как при $x=4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=0$;

$$е) \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1};$$

$$\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} - \frac{1}{2y+1} - \frac{y+3}{4y^2-2y+1} = 0;$$

$$3-(4y^2-2y+1)-(2y+1)(y+3)=0;$$

$$3-4y^2+2y-1-2y^2-6y-y-3=0;$$

$$6y^2+5y+1=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 6 \cdot 1=1;$$

$$y = \frac{-5 \pm 1}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 1}{12};$$

$$y_1 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3};$$

$$y_2 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y = -\frac{1}{2} \text{ общий}$$

знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень

$$y = -\frac{1}{3};$$

$$ж) \frac{32}{x^3-2x^2-x+2} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x+1};$$

$$\frac{32}{(x-2)(x^2-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0;$$

$$\frac{32}{(x-2)(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0;$$

$$32+x+1-(x-2)(x-1)=0;$$

$$x^2-4x-31=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-31)=35;$$

$$x_{1,2}=2 \pm \sqrt{35};$$

$$з) \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} = 0;$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^2(x-4)+3(x-4)} = 0$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{(x-4)(x^2+3)} = 0$$

$$2(x^2+3)+3(x-4)+6=0;$$

$$2x^2+3x=0; x(2x+3)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$2x_2+3=0; x_2=-\frac{3}{2}=-1\frac{1}{2}.$$